Mathematik
Aufnahmeprüfung 2018

KANTONSSCHULE
SCHAFFHAUSEN

Zeit: 2 Stunden

Rechner: TI30/TI34 oder vergleichbare.

Hinweis: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte vergeben.

Numerische Resultate sind - sofern nicht anders verlangt - auf zwei Stellen nach dem Komma zu runden.

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**Summe**
Punkte	4	4	3	3	4	3	4	4	4	2	4	4	43

Mathematik
Aufnahmeprüfung 2018

KANTONSSCHULE SCHAFFHAUSEN

Vorname: **Name:**

Aufgabe 1

Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen:

(a) $(-2) \cdot (7x - 3) \ = ?$

(b) $(x^2 - 4x) - (x^3 - 2x + x^2) \ = ?$

Schreibe das Ergebnis vollständig gekürzt:

(c) $\dfrac{7a}{5} - \dfrac{a}{25} + \dfrac{3a}{10} \ = ?$

(d) $\dfrac{3a^2}{b} \cdot \dfrac{b^3}{a} \ = ?$

Aufgabe 2

(a) Löse die Gleichung nach dem Winkel β auf:

$$2\beta - \frac{2 \cdot (60^\circ - \beta) + 180^\circ - \beta}{3} \; = \; 83^\circ$$

(b) Löse die Gleichung nach der Unbekannten t auf:

$$1 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{4t}{3}\right) \; = \; \frac{3}{10} - \frac{2}{3} \cdot t$$

Aufgabe 3

Die Weltbevölkerung stieg im letzten Jahrzehnt (von 2007 bis 2017) um 12.7%. Im Jahr 2017 betrug sie 7576.9 Millionen Personen.

Für die folgenden Teilaufgaben wird angenommen, dass die Weltbevölkerung in jedem Jahrzehnt um 12.7% anwächst.

Gib bei allen Teilaufgaben das Resultat in Millionen auf eine Stelle nach dem Komma genau an.

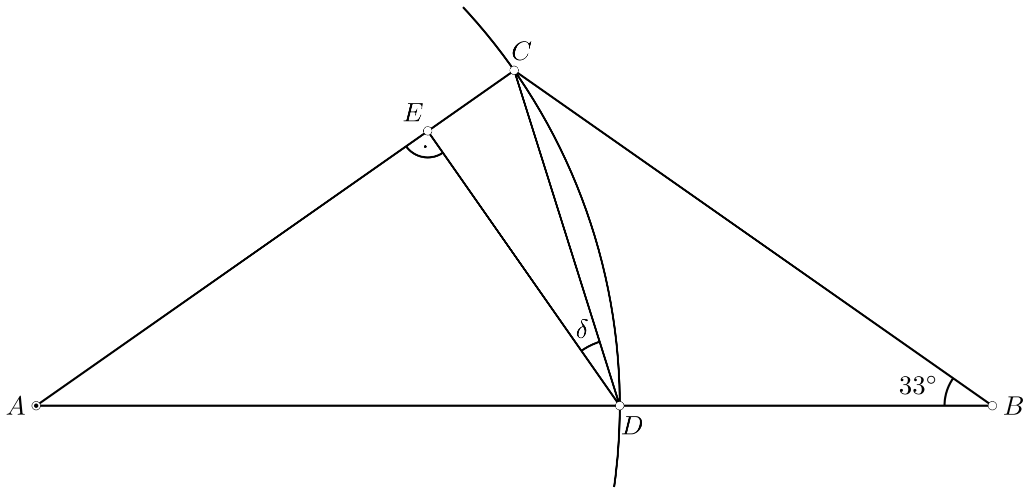
(a) Wie gross wird die Weltbevölkerung im Jahr 2027 (also nach einem Jahrzehnt) sein?

(b) Um wieviel Prozent wird die Weltbevölkerung von 2017 bis 2047 (also in drei Jahrzehnten) wachsen?

(c) Wie gross war die Weltbevölkerung im Jahr 2007 (also vor einem Jahrzehnt)?

Aufgabe 4

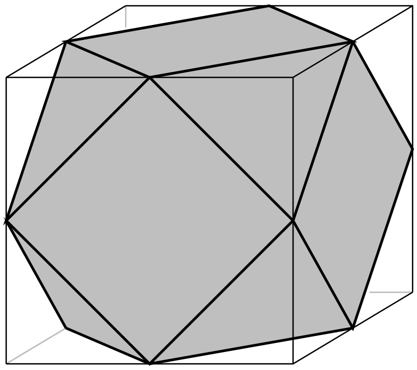
In der folgenden Figur ist das Dreieck ABC gleichschenklig mit $AC = BC$. Die Punkte C und D liegen auf einem Kreisbogen um A.



Berechne den Winkel δ.

Aufgabe 5

Einem Würfel werden die Ecken abgeschliffen. Es entsteht ein Restkörper mit lauter gleich langen Kanten. Dieser ist in der folgenden Figur grau gezeichnet.



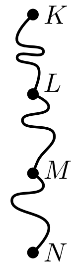
(a) Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der Restkörper?

Anzahl Ecken = ________ Anzahl Kanten = ________ Anzahl Flächen = ________

(b) Vor dem Abschleifen hatte der Würfel die Kantenlänge 4 cm. Berechne das Volumen des Restkörpers.

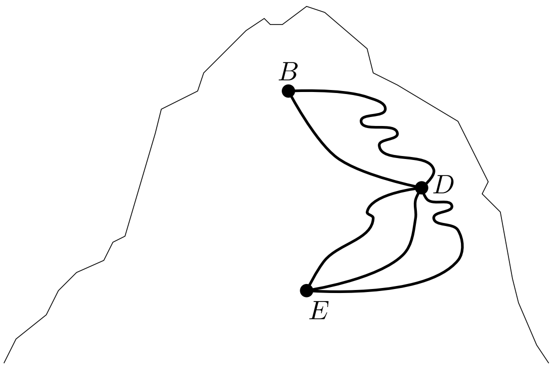
Aufgabe 6

Die nebenstehende Zeichnung zeigt eine Wanderroute von K nach N, die sich aus drei Wegstücken zusammensetzt.

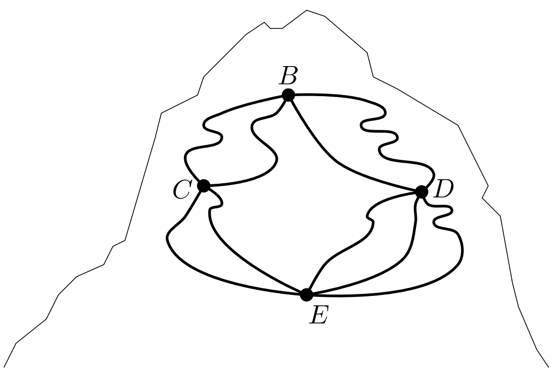


Die folgenden Zeichnungen zeigen verschiedene Wegstücke, die sich von oben nach unten zu Wanderrouten zusammensetzen lassen.

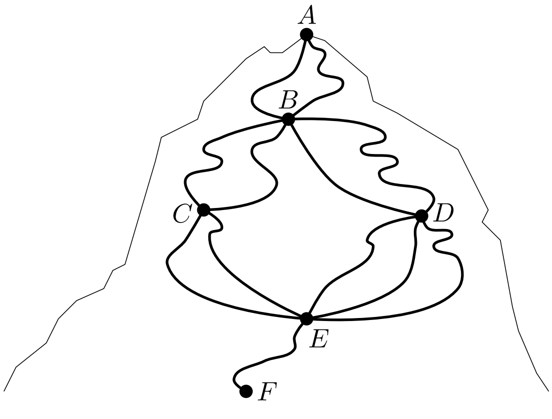
(a) Wie viele verschiedene Wanderrouten gibt es, welche von der Alp B zum Ort E im Tal hinunterführen?



(b) Wie viele verschiedene Wanderrouten gibt es, welche von der Alp B zum Ort E im Tal hinunterführen?

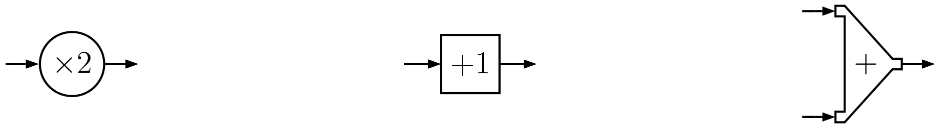


(c) Wie viele verschiedene Wanderrouten gibt es, welche vom Gipfel A zur Talsohle F hinunterführen?



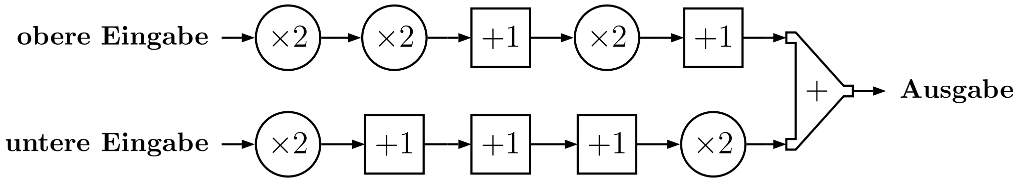
Aufgabe 7

Rechenmeister Riese besitzt drei Rechenelemente, welche die folgenden Berechnungen ermöglichen:



multipliziert mit 2 | addiert 1 dazu | addiert zwei Zahlen

Er hat mit diesen Rechenelementen folgende Rechenmaschine gebaut:

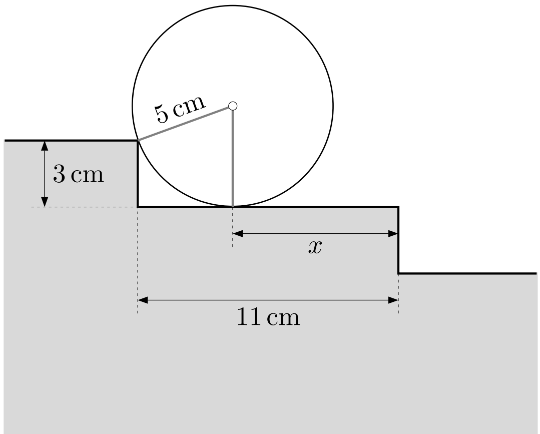


(a) Riese gibt in die obere Eingabe die Zahl $\frac{3}{4}$ ein. Bestimme die untere Eingabe so, dass die Ausgabe gleich 11 ist.

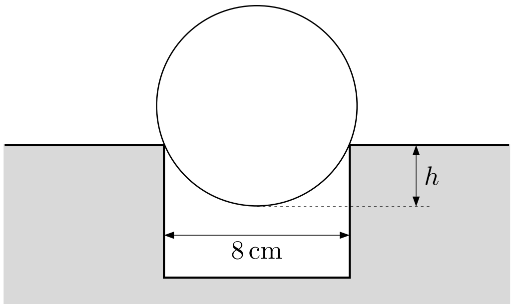
(b) Riese gibt in der oberen und unteren Eingabe je die gleiche Zahl x ein. Bei welcher Zahl x ist dann die Ausgabe gleich der Zahl 7? Stelle dazu eine Gleichung auf und löse diese.

Aufgabe 8

(a) Eine Kugel mit dem Radius 5 cm rollt eine treppenförmige Bahn hinunter. Die Figur zeigt die Situation. Wie weit rollt die Kugel, bis sie die nächste Stufe hinunterfällt? Berechne diese Länge x auf mm genau.

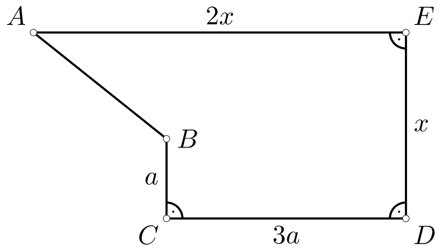


(b) Die Kugel mit Radius 5 cm rollt danach in einen Spalt der Breite 8 cm und bleibt dort liegen. Berechne die Einsinktiefe h.



Aufgabe 9

Betrachte das abgebildete Fünfeck $ABCDE$.



(a) Stelle eine Formel auf, mit der sich der Flächeninhalt des Fünfecks aus a und x berechnen lässt.

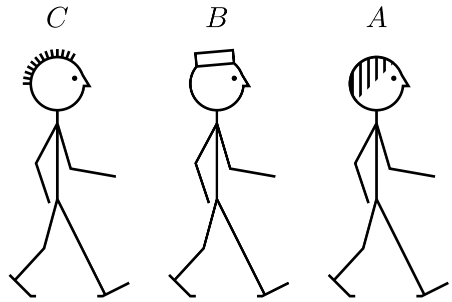
(b) Für $a = 4\,\text{cm}$ und x (in cm) hat das Fünfeck $ABCDE$ den Flächeninhalt (in cm^2)

$$F = x^2 + 2x + 24$$

Ermittle durch Probieren mit dem Taschenrechner die Länge x auf eine Stelle nach dem Komma genau, damit der Flächeninhalt möglichst nahe bei $96\,\text{cm}^2$ liegt.

Aufgabe 10

Sepp sagt immer die Wahrheit. Kurt sagt manchmal die Wahrheit. Paul sagt nie die Wahrheit. Die drei gehen in einer Reihe hintereinander. A geht zuvorderst, B in der Mitte, und C geht ganz hinten.

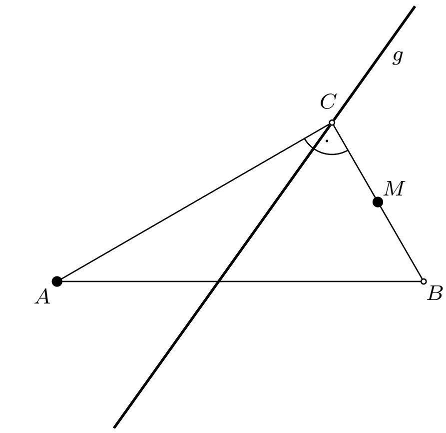


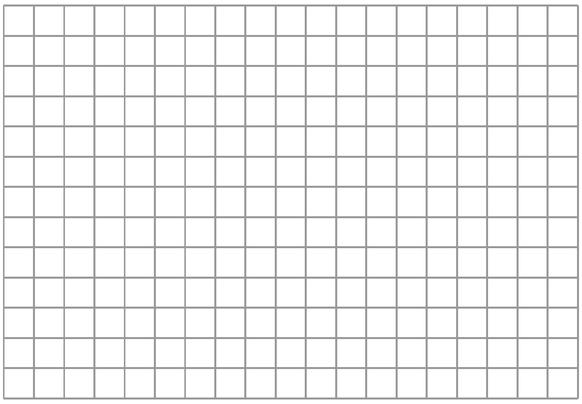
A sagt: "In der Mitte geht Sepp.", B sagt: "Ich bin Kurt.", C sagt: "In der Mitte geht Paul."

Wie heissen A, B und C?

Aufgabe 11

In der folgenden Skizze ist ABC ein rechtwinkliges Dreieck. Die Gerade g verläuft durch C. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Kathete BC.

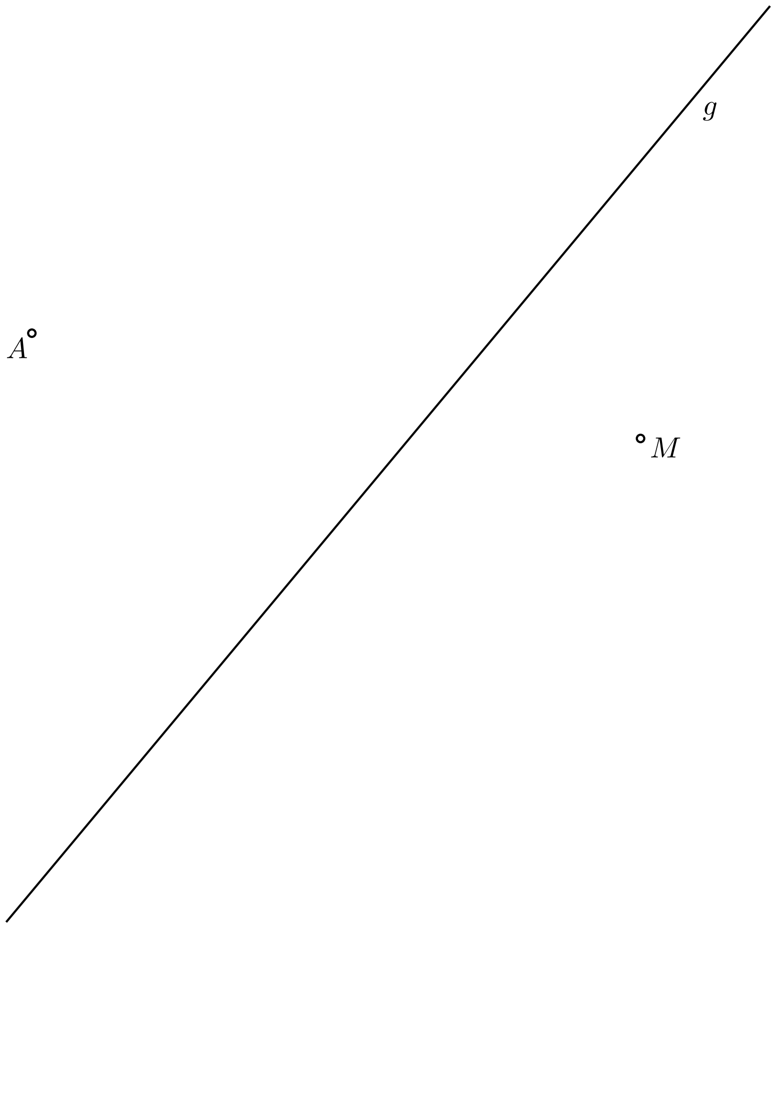




In der folgenden Situation sind die Ecke A, der Punkt M, sowie die Gerade g vorgegeben. Konstruiere alle Dreiecke ABC, welche die folgenden Bedingungen erfüllen: bei C haben sie einen rechten Winkel, die Ecke C liegt auf g, und M ist der Mittelpunkt der Kathete BC.

Die Korrektheit der Konstruktion muss zweifelsfrei erkennbar sein.

Studiere die obige Skizze. Sie kann hilfreich sein, die Konstruktion zu finden.



Aufgabe 12

Schreiner Schulz hat einen Holzwürfel mit der Kantenlänge 12 cm. Sowohl auf der oberen als auch bei der rechten Seitenfläche bringt er genau in der Mitte eine gerade Linie an (vgl. Bild 1).

Schulz fräst nun entlang der beiden Linien je einen Schlitz der Breite 2 cm und der Tiefe 6 cm in den Würfel. Zuerst fräst er entlang der rechten Linie (vgl. Bild 2), und danach entlang der oberen Linie. So entsteht der Restkörper wie er in Bild 3 gezeigt ist.

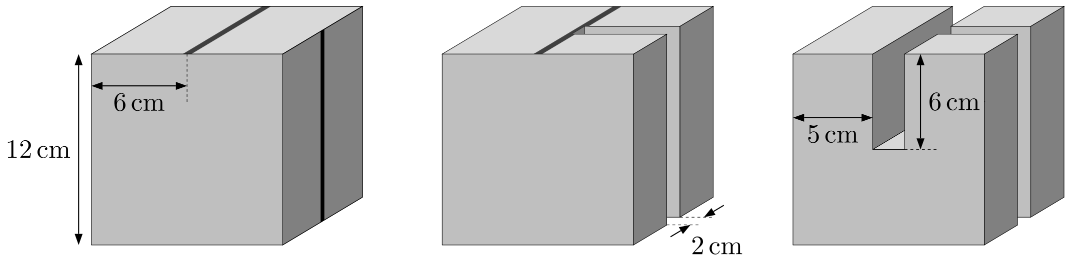


Bild 1 Bild 2 Bild 3

Berechne das Volumen des Restkörpers.