Mathematik
Aufnahmeprüfung 2018
1. Klasse FMS

KANTONSSCHULE SCHAFFHAUSEN

Zeit: 2 Stunden
Rechner: TI30/TI34 oder vergleichbare.
Hinweis: Der Lösungsweg soll direkt auf das Aufgabenblatt geschrieben werden.
Er muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte vergeben.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktzahl	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Lösungen

Mathematik
Aufnahmeprüfung 2018
1. Klasse FMS

KANTONSSCHULE SCHAFFHAUSEN

Vorname: **Name:**

Prüfungsklasse:

---

1. Löse die Gleichungen nach x auf und schreibe die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch:

a) $(x - 1)\cdot(2x + 7) - x\cdot(x - 6) = (x + 3)^2$

$$2x^2 + 7x - 2x - 7 - x^2 + 6x = x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 + 11x - 7 = x^2 + 6x + 9$$

$$5x = 16$$

$$x = \frac{16}{5}$$

b) $$\frac{x-2}{8}-\frac{3x}{5}=\frac{8-3x}{20} \quad |\cdot 40$$

$$5\cdot(x-2)-8\cdot 3x\cdot = 2\cdot(8-3x)$$

$$5x-10-24x = 16-6x$$

$$-13x = 26$$

$$x = -2$$

2. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) Schreibe das Ergebnis ohne Klammer:

$$3v \cdot (6-u) - (2u-v)^2 = 18v - 3uv - \left(4u^2 - 4uv + v^2\right)$$
$$= -4u^2 + uv - v^2 + 18v$$

b) Kürze so weit wie möglich:

$$\frac{3}{a-5} \cdot \frac{a^2b - 3ab - 10b}{18b} = \frac{3}{a-5} \cdot \frac{b(a^2 - 3a - 10)}{18b}$$

$$= \frac{3}{a-5} \cdot \frac{b(a-5)(a+2)}{18b} = \frac{a+2}{6}$$

c) Fasse so weit wie möglich zusammen:

$$15x^4 \cdot (3x)^{-2} = 15x^4 \cdot \frac{1}{3^2} \cdot x^{-2} = \frac{5}{3}x^2$$

3. Mineralöl wird in sogenannten Kesselwagen transportiert. Diese Wagen besitzen einen zylindrischen Tankaufbau, der 12.5 m lang ist und dessen Radius 1.5 m beträgt.

a) Wie viele Liter fasst ein solcher Tank?

b) 1 dm^3 Mineralöl wiegt 850 g,
der leere Kesselwagen wiegt 21.6 t.
Wie schwer (in kg) ist ein voller Wagen?

a) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1.5^2 \cdot 12.5 = 88.357\ m^3$

$88.357\ m^3 \cdot 1000\ l/m^3 = 88'357$ Liter

b) 88'357 Liter = 88'357 dm^3

$88'357 \cdot 0.85 = 75'103$ kg

$75'103 + 21'600 = 96'703$ kg

4. Herr Sparsam hatte Anfang 1998 auf seinem Sparkonto 20′500 Franken Guthaben und der Zinssatz betrug p = 4.5%.

a) Heute beträgt das Guthaben auf Herr Sparsams Konto 32′700 Franken. Der Zinssatz ist aber kleiner als im Jahr 1998, daher ist auch der Bruttojahreszins um 693.60 Franken kleiner als im Jahr 1998.
Wie hoch ist der Zinssatz heute?

b) Angenommen der Zinssatz wäre heute p = 2%.
Wie gross müsste das Guthaben auf Herr Sparsams Konto sein, damit er den gleichen Bruttojahreszins erhielte wie 1998?

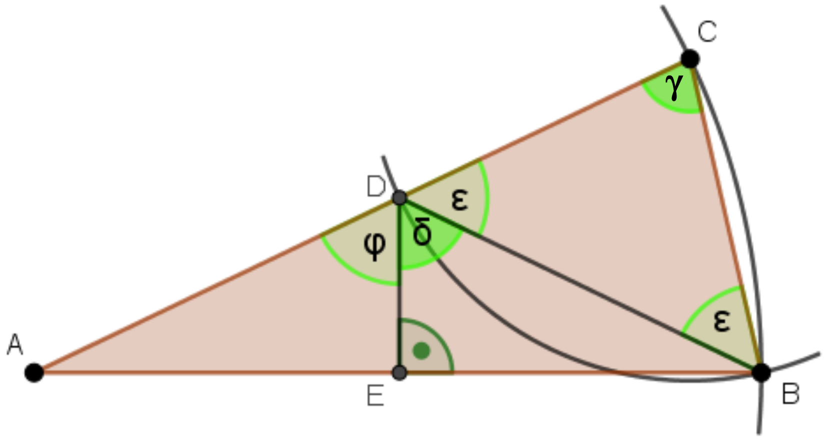
a) Bruttojahreszins 1998 = $0.045 \cdot 20500 = 922.5$ Fr.

Brutojahrenszins heute = 922.5 – 693.60 = 228.9 Fr.

Zinssatz heute = $100 \cdot \dfrac{228.90}{32700} = 0.7\%$

b) Guthaben = $\dfrac{922.5}{0.02} = 46125$ Fr.

5. Das Dreieck *ABC* ist gleichschenklig (*AB* = *AC*), ebenso das Dreieck *BCD* (*CB* = *CD*).



a) Es ist $\gamma = 81°$. Berechne den Winkel $\delta = \sphericalangle BDE$.

b) Wie gross muss γ sein, damit $\delta = \gamma$ ist?
Stelle dazu eine passende Gleichung auf und löse sie.

a) $\beta = \gamma = 81°,\ \ \alpha = 180° - \beta - \gamma = 18°$

Im gleichschenkligen Dreieck BCD ist $\varepsilon = \dfrac{180° - \gamma}{2} = 49.5°$

$\varphi = 90° - \alpha = 72°$

$\Rightarrow\ \delta = 180° - \varphi - \varepsilon = 58.5°$

b) $\alpha = 180° - 2\gamma$

$\varepsilon = \dfrac{180° - \gamma}{2}$

$\varphi = 90° - \alpha\ = 90° - (180° - 2\gamma) = 2\gamma - 90°$

$\delta = 180° - \varphi - \varepsilon$

$\gamma = 180° - (2\gamma - 90°) - \dfrac{180° - \gamma}{2} \quad |\cdot 2$

$2\gamma = 360° - 4\gamma + 180° - 180° + \gamma$

$5\gamma\ = 360°$

$\gamma = 72°$

6. Rolf hat 198 Briefe mit der Schweizer Post verschickt und musste dafür insgesamt 179.25 Franken Porto bezahlen. Wie viele Briefe hat er mit A-Post und wie viele mit B-Post verschickt?
(A-Post: 1 Franken Porto pro Brief, B-Post: 85 Rappen Porto pro Brief)

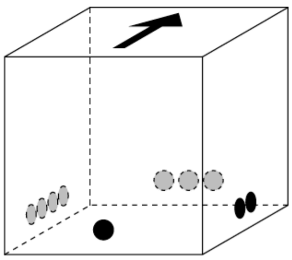
Die Aufgabe muss mit Hilfe einer Gleichung gelöst werden.

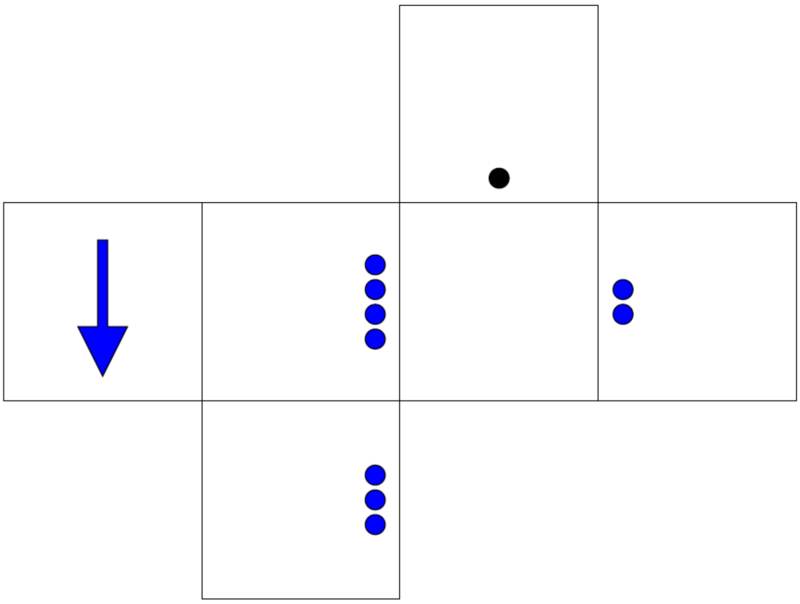
x = Anzahl mit A-Post verschickte Briefe
$198 - x$ = Anzahl mit B-Post verschickte Briefe

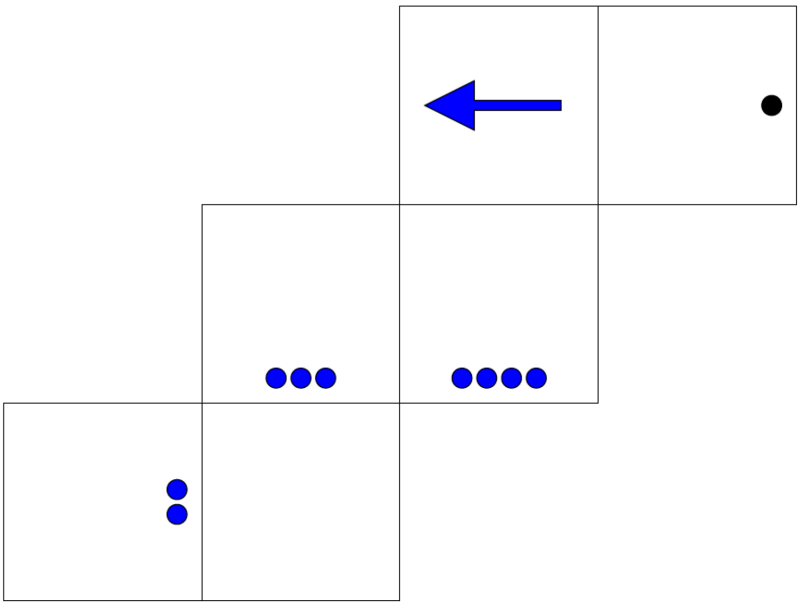
$$\begin{aligned} 1 \cdot x + 0.85 \cdot (198 - x) &= 179.25 \\ x + 168.3 - 0.85x &= 179.25 \\ 0.15x &= 10.95 \\ x &= 73 \end{aligned}$$

Rolf hat 73 Briefe mit A-Post und 125 Briefe mit B-Post verschickt.

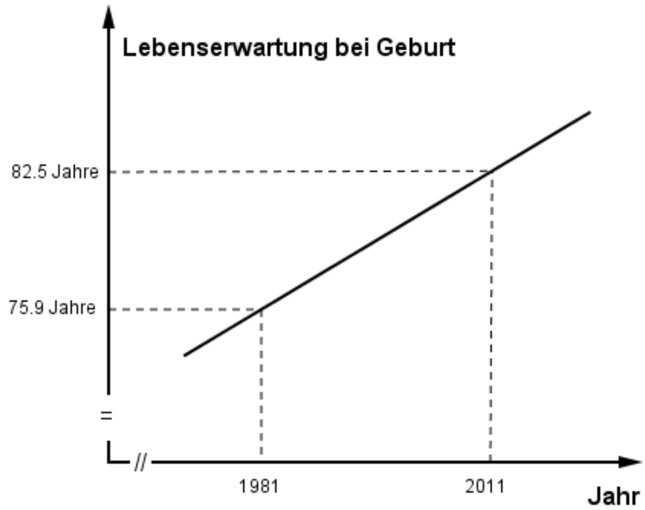
7. Der unten abgebildete Würfel ist mit Punkten und einem Pfeil bemalt. Die Punkte sind jeweils am unteren Rand der Seitenflächen: vorne hat es einen Punkt, rechts zwei, hinten drei und links vier Punkte. Der Pfeil auf der Deckfläche zeigt von vorne nach hinten. Auf der Grundfläche ist nichts aufgemalt.
Rechts sind zwei mögliche Würfelnetze dargestellt, wobei nur die vordere Seitenfläche mit dem einen Punkt gegeben ist. Ergänze die Netze so mit Punkten und Pfeilen, dass daraus der gegebene Würfel gefaltet werden könnte:







8. Die Lebenserwartung bei Geburt lag in der Schweiz im Jahr 1981 bei 75.9 Jahre. Bis ins Jahr 2011 stieg die Lebenserwartung auf 82.5 Jahre.
Wir nehmen an, die Zunahme der Lebenserwartung erfolgt (auch weiterhin) linear.



a) Welche Steigung hat die Gerade, die diesen Sachverhalt veranschaulicht?

b) In welchem Jahr ist (bei gleichbleibender Zunahme) die Lebenserwartung bei Geburt auf 100 Jahre angestiegen?

a) 82.5 Jahre – 75.9 Jahre = 6.6 Jahre mehr in 30 Jahren

Steigung $\frac{6.6}{30} = 0.22$

b) Im Jahr 2011 fehlen noch 17.5 Jahre.

In einem Jahr steigt die Lebenserwartung um 0.22.

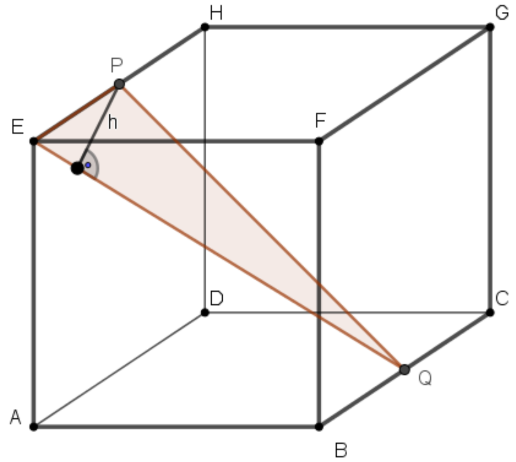
In $17.5 \div 0.22 = 79.5$ Jahren steigt sie um 17.5 Jahre.

d.h. im Jahr 2090 steigt die Lebenserwartung auf 100 Jahre.

9. Gegeben ist der Würfel *ABCDEFGH* mit der Kantenlänge $a = 6$ cm.
P und *Q* sind die Kantenmitten von *EH* bzw. *BC*. Man betrachtet nun das Dreieck *PQE*.

a) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks *PQE* (auf mm² genau).

b) Berechne die Länge der Seite *EQ* und die Länge der Höhe *h* (auf mm genau).



a) Das Dreieck PQE ist rechtwinklig mit den Katheten PE = 3 cm
und PQ = $\sqrt{6^2+6^2} = 8.49$ cm

$A_{\Delta PQE} = ½·3·8.5 = 12.73$ cm²

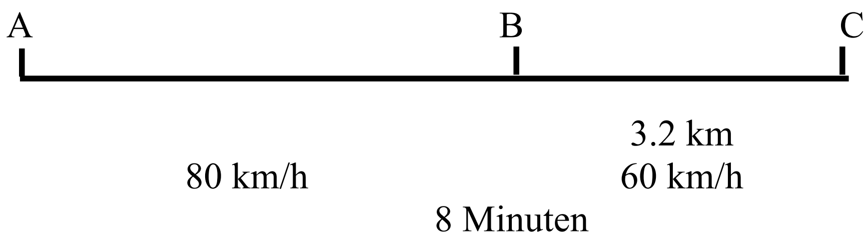
b) EQ = $\sqrt{EP^2+PQ^2} = \sqrt{3^2+8.49^2} = 9$ cm

$A_{\Delta PQE} = ½·EQ·h \quad \Rightarrow \quad h = \frac{2 \cdot A_\Delta}{EQ} = \frac{2 \cdot 12.73}{9} = 2.8$ cm

10. Die Strasse von A nach C besteht aus zwei Teilstücken. Auf dem ersten Teilstück von A nach B gilt eine Höchstgeschwindigkeit von 80 km/h. Auf dem zweiten, kurvenreichen Teilstück von B nach C gilt eine Höchstgeschwindigkeit von 60 km/h. Das zweite Teilstück ist 3.2 km lang. Fährt man von A nach C mit der jeweils erlaubten Höchstgeschwindigkeit, dann benötigt man für die gesamte Strecke genau 8 Minuten.

a) Wie lang ist das Teilstück von A nach B?

b) Wie viele Minuten braucht man für die Strecke von A nach C, wenn man die Höchstgeschwindigkeit auf der gesamten Strecke um jeweils 10 km/h überschreitet?



a) Für das Teilstück BC benötigt man

$$t = \frac{s}{v} = \frac{3.2}{60} = 0.05333 \text{ Stunden} = 3.2 \text{ Minuten}$$

Für erste Teilstück AB benötigt man folglich

$8 - 3.2 = 4.8$ Minuten $= 0.08$ Stunden.

Es ist $s = v \cdot t = 80 \cdot 0.08 = 6.4$ km lang.

b) Für das Teilstück AC benötigt man

$$t = \frac{s}{v} = \frac{6.4}{90} = 0.071 \text{ Stunden} = 4.26 \text{ Minuten}$$

Für das Teilstück BC benötigt man

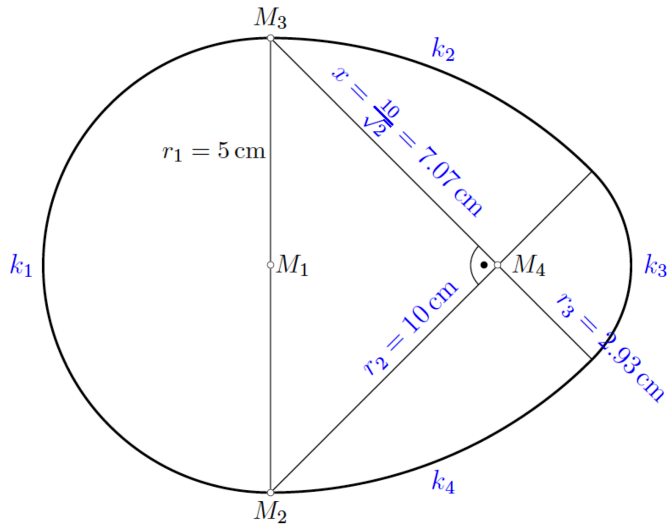
$$t = \frac{s}{v} = \frac{3.2}{70} = 0.0457 \text{ Stunden} = 2.74 \text{ Minuten}$$

Insgesamt $4.26 + 2.74 = 7$ Minuten.

Man ist genau eine Minute schneller.

11. Die unten abgebildete Figur wird von vier Kreisbögen mit Mittelpunkten M_1 bis M_4 begrenzt. Eingezeichnet sind auch die Begrenzungsradien der zugehörigen Kreissektoren.
Die drei Punkte M_1, M_2 und M_3 liegen auf einer Geraden und der Radius des Halbkreises mit Mittelpunkt M_1 misst $r_1 = 5$ cm.

Berechne den Umfang der Figur!
(Ergebnis auf mm genau)



$$\text{Umfang} = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 2\pi r_1 + \frac{1}{8}\cdot 2\pi r_2 + \frac{1}{4}\cdot 2\pi r_3 + \frac{1}{8}\cdot 2\pi r_2$$

$$= \pi r_1 + \frac{1}{4}\pi r_2 + \frac{1}{2}\pi r_3 + \frac{1}{4}\pi r_2$$

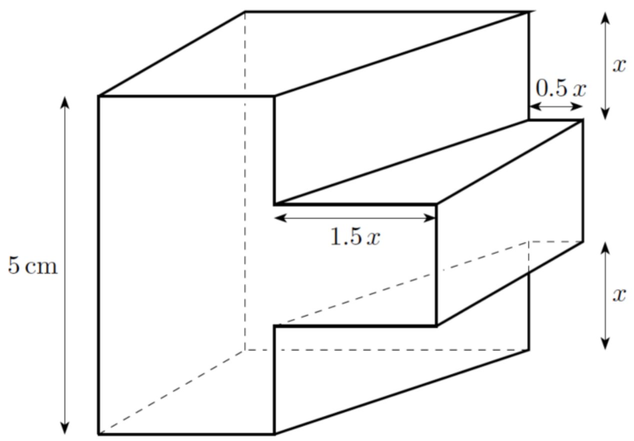
$$= 15.71 + 7.85 + 4.60 + 7.85$$

$$= 36.02 \text{ cm}$$

12. Aus einem Würfel mit Kantenlänge 5 cm wird das unten abgebildete Werkstück hergestellt. Dazu werden auf der rechten Seite zwei identische Prismen der Höhe x herausgesägt. Die Grundflächen dieser Prismen sind Trapeze deren parallele Seiten die Längen $1.5x$ und $0.5x$ haben.

a) Es sei $x = 2$ cm. Berechne das Volumen des Werkstückes.

b) Bestimme eine Formel, mit der das Volumen des Werkstückes durch x ausgedrückt wird. Vereinfache die Formel so weit wie möglich.



a) $V = 5^3 - 2 \cdot \left[\dfrac{3+1}{2} \cdot 5 \cdot 2 \right] = 125 - 40 = 85 \text{ cm}^3$

b) $V = 5^3 - 2 \cdot \left[\dfrac{1.5x + 0.5x}{2} \cdot 5 \cdot x \right] = 125 - 2 \cdot x \cdot 5 \cdot x = 125 - 10x^2$

Schaffhausen, 9. April 2018