Mathematik
Aufnahmeprüfung 2019
1. Klasse FMS

KANTONSSCHULE
SCHAFFHAUSEN

Zeit: 2 Stunden
Rechner: TI30/TI34 oder vergleichbare.
Hinweis: Der Lösungsweg soll direkt auf das Aufgabenblatt geschrieben werden.
Er muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte vergeben.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktzahl	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Lösungen

Mathematik
Aufnahmeprüfung 2019
1. Klasse FMS

KANTONSSCHULE
SCHAFFHAUSEN

Vorname: **Name:**

Prüfungsklasse:

---

1. Löse die Gleichungen nach x auf und schreibe die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch:

a) $(2x + 6)\cdot(x - 9) - (x - 5)\cdot(2x + 7) = 8$

$$2x^2 - 18x + 6x - 54 - 2x^2 - 7x + 10x + 35 = 8$$

$$-9x - 19 = 8$$

$$-9x = 27$$

$$x = -3$$

b) $$\frac{x-4}{6}+\frac{1}{10}=1-\frac{5x+3}{20} \quad |\cdot 60$$

$$10\cdot(x-4)+6\cdot=60-3\cdot(5x+3)$$

$$10x-40+6=60-15x-9$$

$$25x=85$$

$$x=\frac{85}{25}=\frac{17}{5}=3.4$$

2. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) Schreibe das Ergebnis ohne Klammer:

$(3c - d)^2 - c\cdot(5c - 8d) + c^2\cdot(3 + 3c) =$

$= 9c^2 - 6cd + d^2 - 5c^2 + 8cd + 3c^2 + 3c^3$

$= 3c^3 + 7c^2 + 2cd + d^2$

b) Kürze so weit wie möglich:

$\frac{15u^2}{u - ux} : \frac{21u^2x + 63u}{1 - x^2} =$

$$= \frac{15u^2 \cdot (1+x)\cdot(1-x)}{u\cdot(1-x) \cdot 21\cdot u\cdot(ux+3)}$$

$$= \frac{5 \cdot (1+x)}{7\cdot(ux+3)} \quad \text{oder} \quad \frac{5+5x}{7ux+21}$$

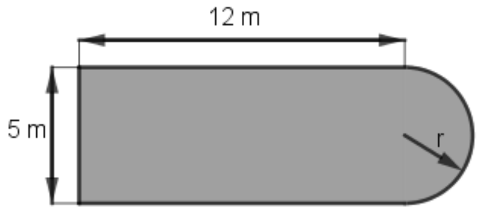
c) Fasse so weit wie möglich zusammen:

$(2yz)^{-3}\cdot 64y^5 =$

$$= \frac{64y^5}{8y^3z^3}$$

$$= \frac{8y^2}{z^3} \quad \text{oder} \quad 8y^2z^{-3}$$

3. Der Grundriss eines Schwimmbeckens besteht aus einem rechteckigen Teil, an dessen kürzerer Seite ein Halbkreis angesetzt ist. Der rechteckige Teil ist 12 m lang und 5 m breit.
Das Schwimmbecken ist überall 120 cm tief.



a) Wie viele Liter fasst das gesamte Schwimmbecken?

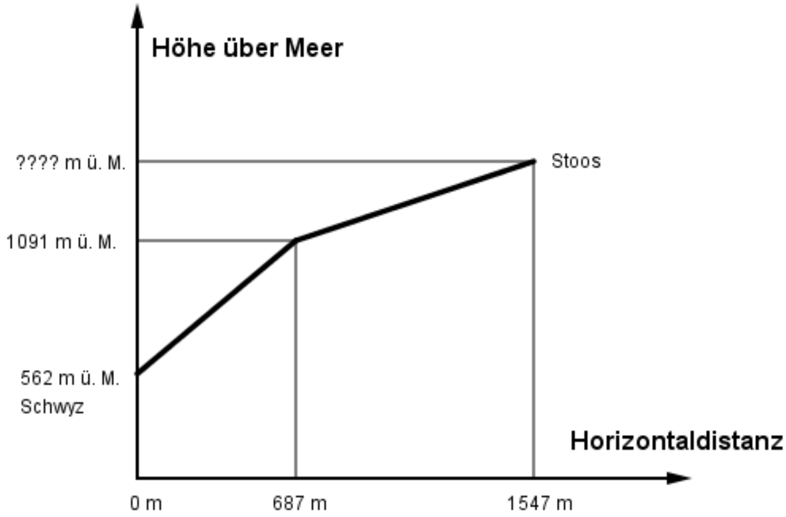
b) Um das Badewasser zu desinfizieren wird dem Schwimmbecken Chlor hinzugefügt.
1 mg Chlor reicht für 1.4 Liter Wasser.
Wie viele Gramm Chlor benötigt man für das gesamte Schwimmbecken?

a) $G = 5 \cdot 12 + \frac{1}{2}\pi \cdot r^2 = 60 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2.5^2 = 69.817\ m^2$

$V = G \cdot 1.2\ m = 83.781\ m^3 = 83'781$ Liter

b) $1 \div 1.4 \cdot 83'781 = 59'844\ mg = 59.84\ g$

4. Seit Dezember 2017 verkehrt die neue Standseilbahn von Schwyz nach Stoos. Sie ist in zwei Abschnitte unterteilt, wobei der erste Abschnitt als der steilste der Welt gilt. Auf diesem Abschnitt steigt die Bahn von 562 Meter über Meer (m ü. M.) auf 1091 m ü. M. Auf dem zweiten Abschnitt beträgt die Steigung dann nur noch 0.25.
Die Horizontaldistanzen entnimmst du der unteren Grafik.



a) Berechne die Steigung auf dem ersten Streckenabschnitt.

b) Wie hoch (in m ü. M.) liegt die Endstation in Stoos?

a) Horizontaldistanz = 687 m

Höhendifferenz = 1091 – 562 = 529 m

Steigung $\frac{529}{687} = 0.77$

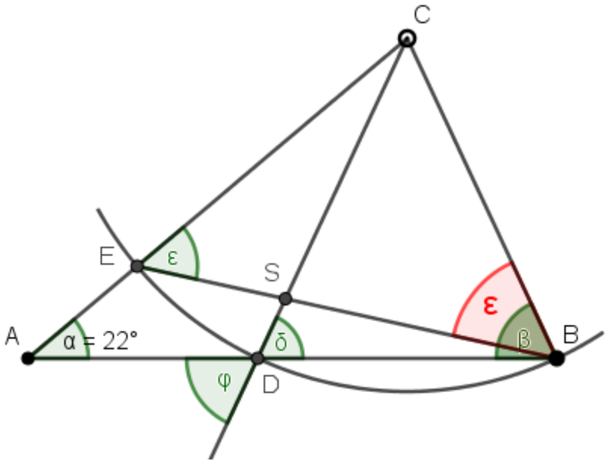
b) Horizontaldistanz = 1547 – 687 = 860 m

Höhendifferenz $= \Delta h$

Steigung $\frac{\Delta h}{860} = 0.25 \quad \Rightarrow \quad \Delta h = 0.25 \cdot 860 = 215$ m

Endstation: 1091 + 215 = 1306 m ü. M.

5. Der Winkel α im Dreieck *ABC* ist 22°.
Der Kreisbogen mit Mittelpunkt *C* geht durch die Punkte *B*, *D* und *E*.



a) Es ist $\varepsilon = 53°$. Berechne den Winkel φ.

b) Der Winkel φ soll nun um 27° grösser sein als der Winkel ε.
Wie gross ist dann der Winkel ε?
Stelle dazu eine passende Gleichung auf und löse sie.

a) ΔBCE ist gleichschenklig

Winkelsumme im ΔBCE: $\gamma = 180° - 2\varepsilon = 74°$

Winkelsumme im ΔABC: $\beta = 180° - \alpha - \gamma = 84°$

ΔBDC ist gleichschenklig $\Rightarrow$ $\delta = \beta = 84°$

φ ist Scheitelwinkel in D $\Rightarrow$ $\varphi = \beta = 84°$

b) wie oben:

$$\varphi = \beta = 180° - \alpha - \gamma = 180° - \alpha - (180° - 2\varepsilon)$$

$$= 180° - 22° - 180° + 2\varepsilon = 2\varepsilon - 22°$$

φ soll um 27° grösser sein als ε

$$\Rightarrow \qquad \varphi = \varepsilon + 27$$

$$2\varepsilon - 22° = \varepsilon + 27°$$

$$\varepsilon = 49°$$

6. Der Weltrekord im 100-m-Lauf der Männer wurde 2009 von Usain Bolt aufgestellt und liegt bei 9.58 s.

a) Welche Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h erreichte Usain Bolt während seines Weltrekordlaufes?
(Ergebnis auf 2 Dezimalstellen runden)

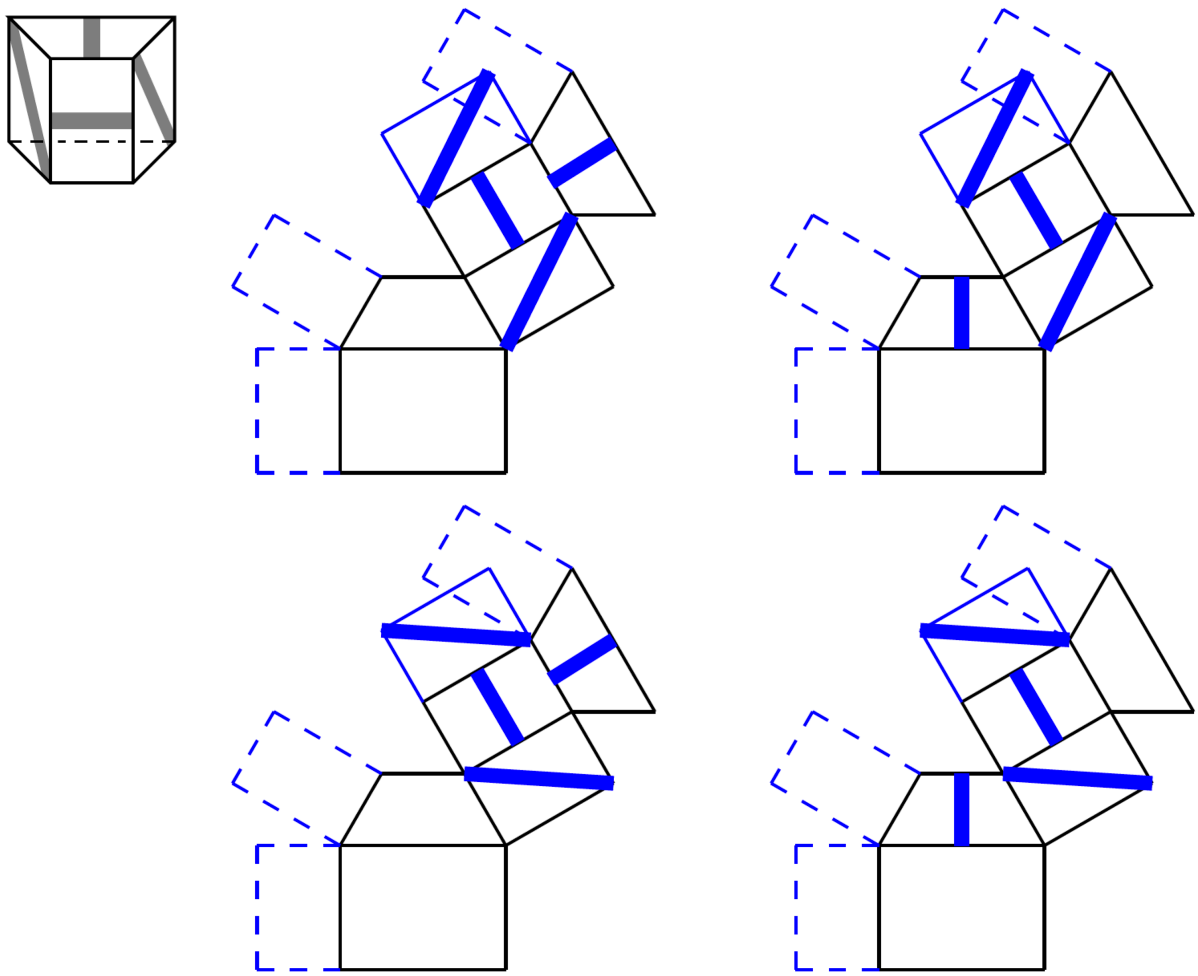
b) Wie lange würde ein Marathon-Lauf über 42.2 km dauern, wenn man ihn mit der bei a) errechneten Durchschnittsgeschwindigkeit laufen könnte?
Gib das Ergebnis in der Form „Stunden : Minuten : Sekunden“ an.

a) $\varnothing V = \frac{s}{t} = \frac{100}{9.58} = 10.438 \text{ m/s} = 37.58 \text{ km/h}$

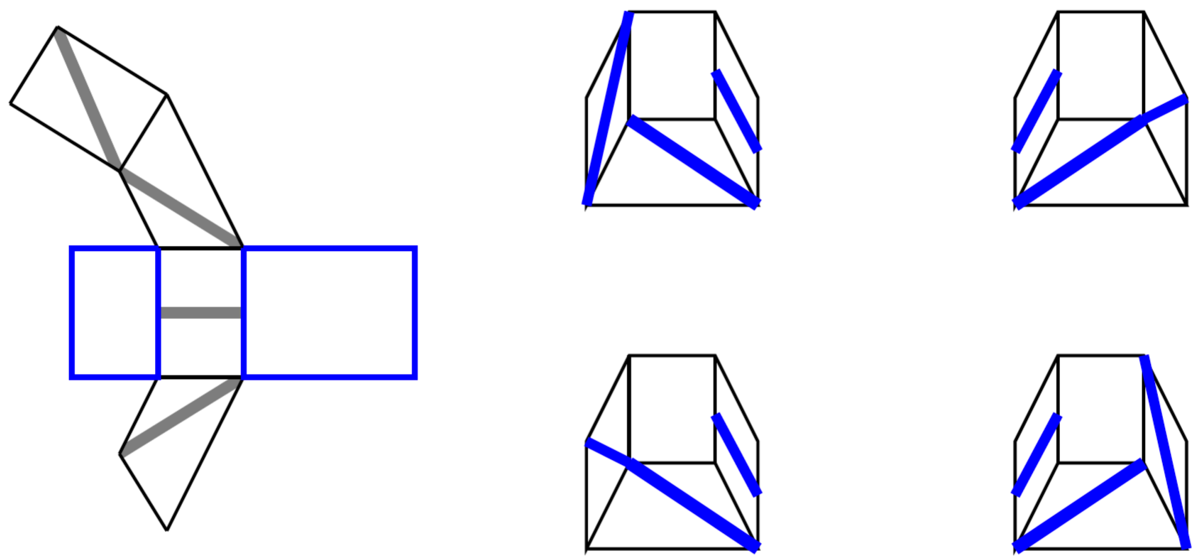
b) $t = \frac{s}{v} = \frac{42'200}{10.438} = 4043 \text{ s}$

$= 1$ Stunde 7 Minuten 23 Sekunden $= 1{:}07{:}23$

7. (a) Es gibt 4 Möglichkeiten für die fehlende Fläche und dazu je 4 Möglichkeiten für die Streifen (wovon unten jeweils nur eine dargestellt ist).



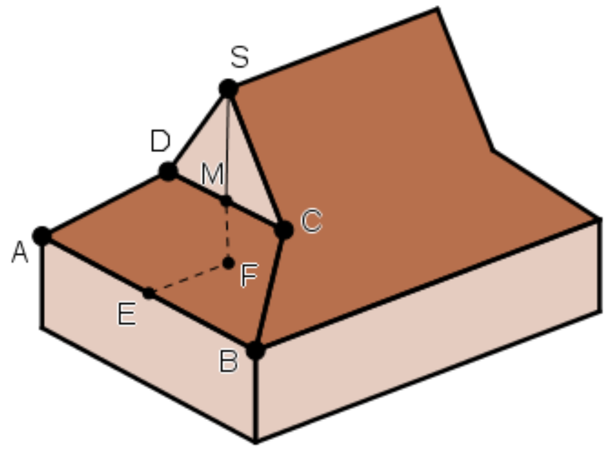
(b) Lösung: Es gibt mehrere Möglichkeiten für die fehlenden Flächen des Netzes (unten ist nur eine dargestellt) und es gibt 4 Möglichkeiten für die Bemalung des Prismas mit Streifen:



8. Die Seite eines sogenannten Fusswalmdaches besteht aus einem schrägen, gleichschenkligen Trapez *ABCD* und einem senkrechten Dreieck *CDS*.

M ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{CD}$, E der Mittelpunkt von $\overline{AB}$, F liegt senkrecht unter dem Punkt S in der Dachgrundfläche.

Man kennt die folgenden Längen: $\overline{AB}$ = 4.5 m, $\overline{CD}$ = 1.35 m, $\overline{MS}$ = 0.9 m, $\overline{FM}$ = 2.1 m, $\overline{EF}$ = 2 m.



a) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes *ABCD*.

b) Berechne die Länge der Strecke $\overline{BS}$.

a) EM = $\sqrt{2.1^2 + 2^2}$ = 2.9 m ist die Höhe des Trapezes ABCD

$A_{\square ABCD}$ = ½·(AB + CD)·EM = ½·(4.5 + 1.35)·2.9= 8.4825 m²

b) BS = $\sqrt{BE^2 + EF^2 + FS^2} = \sqrt{2.25^2 + 2^2 + 3^2} = 4.25$ m

9. In einer Stadt wird über den Bau einer neuen Freizeitanlage abgestimmt. Von den Stimmberechtigten sind 36% zwischen 18 und 39 Jahre alt und 64% sind 40 Jahre oder älter. Unten ist das Abstimmungsverhalten nach Altersgruppe aufgeführt:

Altersgruppe	18-39	40 und älter
Ja-Stimmen in %	38	41
Nein-Stimmen in %	31	48

a) Wie viel Prozent aller Stimmberechtigten haben nicht abgestimmt?

b) Wie gross müsste der Ja-Stimmen-Anteil der 18-39 Jährigen sein (bei gleichbleibendem Nein-Stimmen-Anteil), damit es insgesamt gleich viele Ja- wie Nein-Stimmen gäbe?

a) 18-39 jährige: $100 - 38 - 31 = 31\%$ nicht abgestimmt
über 40 jährige: $100 - 41 - 48 = 11\%$ nicht abgestimmt

Total: $0.31 \cdot 0.36 + 0.11 \cdot 0.64 = 0.182$ also 18.2%

b) Totaler Nein-Stimmen-Anteil $= 0.31 \cdot 0.36 + 0.48 \cdot 0.64 = 0.4188$

Es sei x der neue Ja-Stimmen-Anteil der 18-39 jährigen.

$\Rightarrow$ Totaler Ja-Stimmen-Anteil $= x \cdot 0.36 + 0.41 \cdot 0.64$

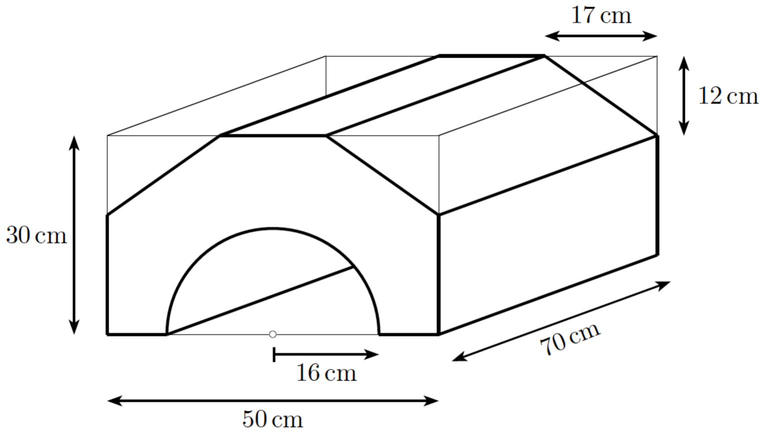
$$\Rightarrow \qquad x \cdot 0.36 + 0.41 \cdot 0.64 = 0.4188$$

$$x = \frac{0.4188 - 0.41 \cdot 0.64}{0.36} = 0.4344 \qquad \text{also } 43.44\%$$

10. Ein Holzquader mit den Kantenlängen 50 cm, 70 cm und 30 cm ist auf der gesamten Oberfläche rot gefärbt. Nun werden zwei kongruente Prismen sowie ein halber Zylinder gemäss untenstehender Skizze aus ihm herausgeschnitten.

   a) Berechne das Volumen des so entstandenen Körpers.

   b) Wie gross ist der Flächeninhalt desjenigen Teiles der Oberfläche, der jetzt nicht mehr rot gefärbt ist?



a)

$$V = 50 \cdot 70 \cdot 30 - 2 \cdot \frac{17 \cdot 12}{2} \cdot 70 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 16^2 \cdot 70$$

$$= 105000 - 14280 - 28148 = 62571 \text{ cm}^3$$

b)

$$A = 2 \cdot \sqrt{17^2 + 12^2} \cdot 70 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 16 \cdot 70$$

$$= 2 \cdot 20.81 \cdot 70 + 50.26 \cdot 70$$

$$= 2 \cdot 1456.6 + 3518.6 = 6431.8 \text{ cm}^2$$

11. Für das Jahresabschlussessen einer Firma müssen Esstische organisiert werden. Es stehen 8er-Tische und 12er-Tische zur Auswahl, d.h. an jedem Tisch haben entweder 8 oder 12 Personen Platz. Natürlich müssen alle Mitarbeiter einen Platz haben, aber es kann nur eine Art von Tischen bestellt werden.
Falls man sich für 8er-Tische entscheidet, dann bleibt an einem Tisch ein Platz leer. Entscheidet man sich hingegen für 12er-Tische, so braucht man zwar 6 Tische weniger als bei der Variante mit den 8er-Tischen, aber es bleiben insgesamt 9 Plätze unbesetzt.

Wie viele Mitarbeiter hat die Firma, und wie viele 8er-Tische müsste man bestellen?
Die Aufgabe muss mit Hilfe einer Gleichung gelöst werden!

Es sei x = Anzahl Mitarbeiter der Firma.

$\Rightarrow \frac{x+1}{8}$ = Anzahl 8er-Tische, $\frac{x+9}{12}$ = Anzahl 12er-Tische und somit:

$$\frac{x+1}{8} = \frac{x+9}{12}+6 \qquad \Big|\cdot 24$$

$$3x+3 = 2x+18+144$$

$$x = 159$$

also 159 Mitarbeiter und $\frac{160}{8}=20$ 8er-Tische.

Variante:

Es sei x = Anzahl 8er-Tische.

$\Rightarrow 8x-1$ = Anzahl Mitarbeiter, $x-6$ = Anzahl 12er-Tische und somit:

$$8x-1 = 12\cdot(x-6)-9$$

$$8x-1 = 12x-72-9$$

$$80 = 4x$$

$$x = 20$$

also 20 8er-Tische und $8\cdot 20\text{-}1=159$ Mitarbeiter.

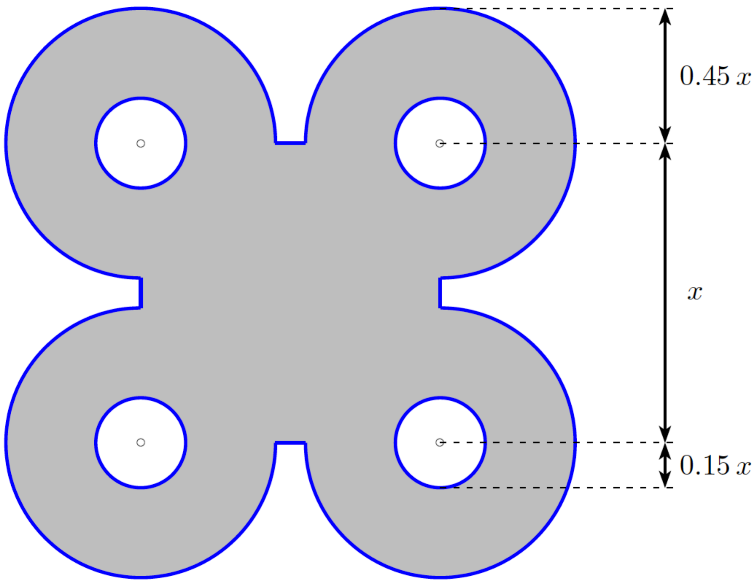
12. Für einen Park wird eine Rasenfläche gemäss untenstehender Graphik angelegt. Die graue Fläche entspricht der Rasenfläche. Die vier Kreismittelpunkte bilden ein Quadrat der Seitenlänge x Meter. Die grossen äusseren Kreisbögen haben einen Radius von $0.45 \cdot x$ Meter und die kleinen (unbepflanzten) Kreise haben einen Radius von $0.15 \cdot x$ Meter. Am Rand der Rasenfläche (also entlang der blauen Linien) muss ein Kabel verlegt werden, damit der Rasenmäher-Roboter erkennt, wo der Rasen aufhört.

a) Wie viel Meter Kabel müssen insgesamt verlegt werden?
Drücke die gesuchte Länge des Kabels durch x aus und vereinfache den Term so weit wie möglich.

b) Nun ist $x = 7$ Meter.
Berechne den Inhalt der grauen Rasenfläche.

a)

$$\begin{aligned} l &= 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2\pi \cdot 0.45x \\ &\quad + 4 \cdot 2\pi \cdot 0.15x \\ &\quad + 4 \cdot 0.1 \cdot x \\ &= 2.7\pi \cdot x + 1.2\pi \cdot x + 0.4 \cdot x \\ &= 3.9\pi \cdot x + 0.4 \cdot x \\ &= 12.65 \cdot x \end{aligned}$$



b)

$$\begin{aligned} A &= 7^2 + 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 3.15^2 - 4 \cdot \pi \cdot 1.05^2 \\ &= 49 + 93 - 13.85 = 128.66 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Schaffhausen, 8. April 2019