Mathematik Aufnahmeprüfung 2019



Zeit: 2 Stunden

Rechner: TI30/TI34 oder vergleichbare.

Hinweis: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte

vergeben.

Numerische Resultate sind - sofern nicht anders verlangt - auf zwei Stellen nach

dem Komma zu runden.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe	
Punkte	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	3	4	46	



Vorname:	Name:
or name.	1 tallic.

Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen:

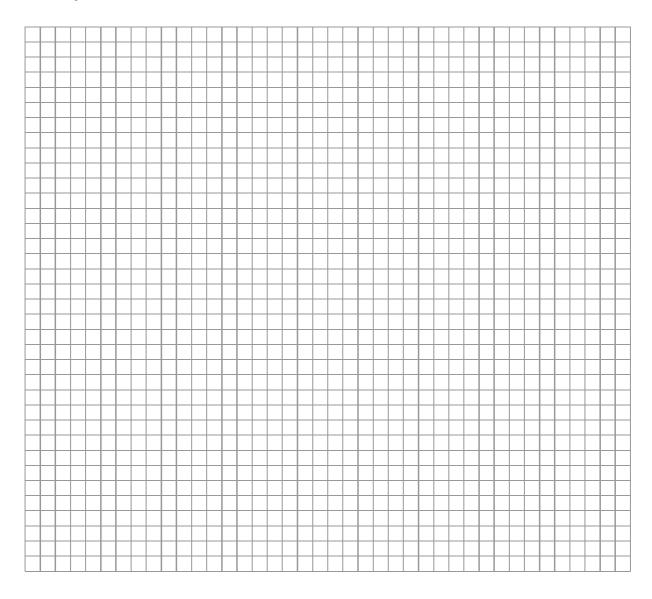
(a)
$$(-3) \cdot (5 - 8z - 7 + z) = ?$$

(b)
$$(x^3 - 2x^2) - (2x^3 + 4x - x^2) = ?$$

Schreibe das Ergebnis vollständig gekürzt:

(c)
$$\frac{3p}{4} - \frac{5p}{12} - \frac{2p}{15} = ?$$

(d)
$$\frac{5x^3}{y} \cdot \frac{y^2}{30x^2} = ?$$

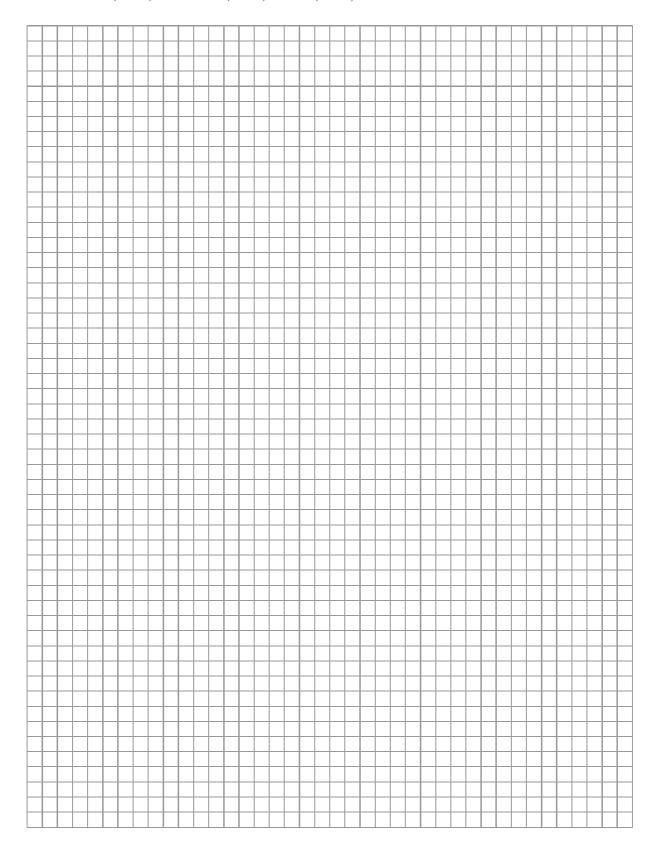


(a) Löse die Gleichung nach der Unbekannten n auf:

$$\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2n}{5} - \frac{n}{2}\right) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{11}{6} - n\right)$$

(b) Löse die Gleichung nach der Unbekannten r auf:

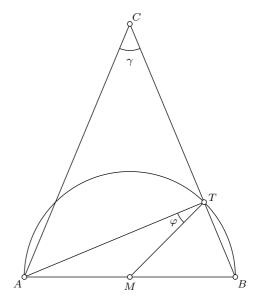
$$r\cdot (r+1) + 2 \ = \ r\cdot (1-r) - 2\,r\cdot (2-r)$$

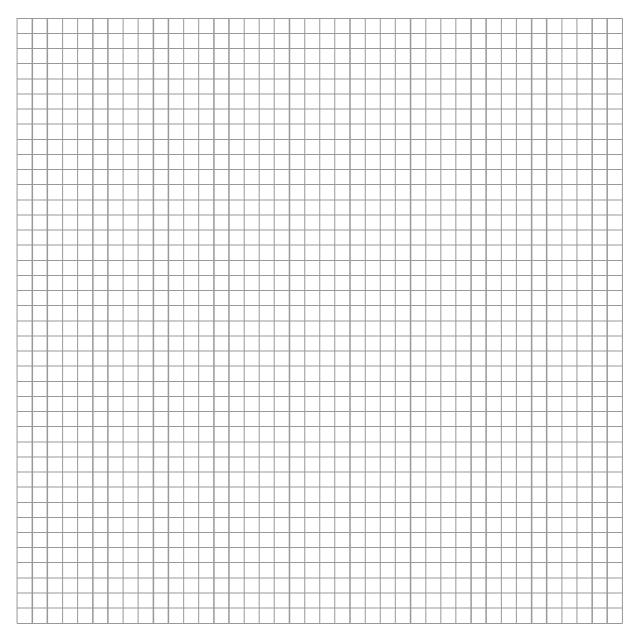


${\bf Aufgabe~3}$

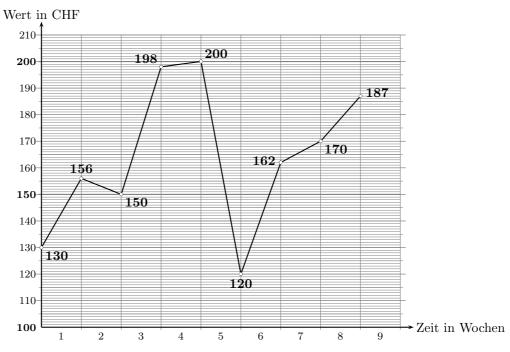
Das Dreieck ABC ist gleichschenklig mit AC = BC.

- (a) Berechne den Winkel $\varphi = \blacktriangleleft ATM$ wenn $\gamma = 37.5^\circ$ misst.
- (b) Gib eine Formel an, die den Winkel $\varphi = \sphericalangle ATM \text{ durch } \gamma \text{ ausdrückt.}$ Vereinfache so weit als möglich.

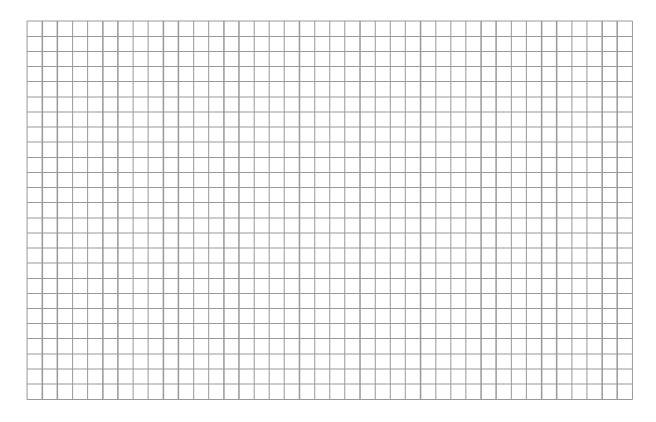




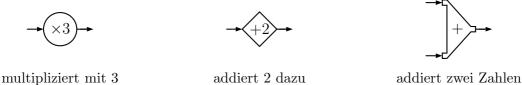
Die folgende Grafik zeigt den Wert der Aktie des Unternehmens BigBusiness jeweils zum Handelsschluss der Börse am Freitagabend in den vergangenen 8 Wochen. In der 1. Woche stieg der Wert von 130 Franken auf 156 Franken.



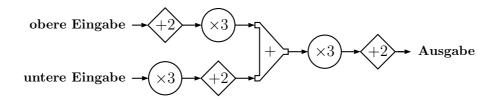
- (a) In welcher Woche war die Wertzunahme in Franken am grössten? Um wie viele Franken stieg die Aktie in dieser Woche?
- (b) In welcher Woche war die Wertzunahme in Prozent am grössten? Um wie viel Prozent stieg die Aktie in dieser Woche?
- (c) Angenommen, die Aktie steigt in der 9. Woche um gleich viel Prozent wie in der 8. Woche. Welchen Wert hat die Aktie dann am Ende der 9. Woche?



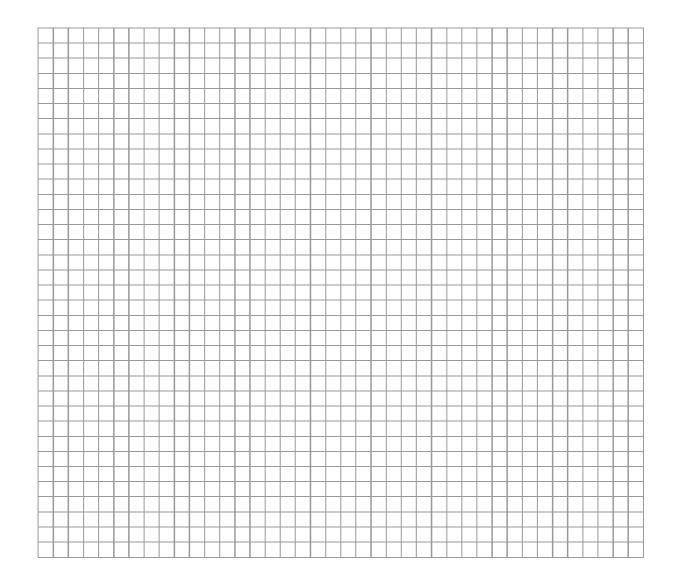
Rechenmeister Reinhard besitzt drei Rechenelemente, welche die folgenden Berechnungen ermöglichen:



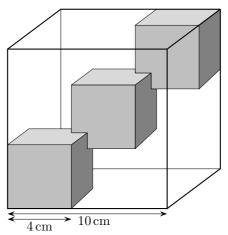
Er hat mit diesen Rechenelementen die folgende Rechenmaschine gebaut:



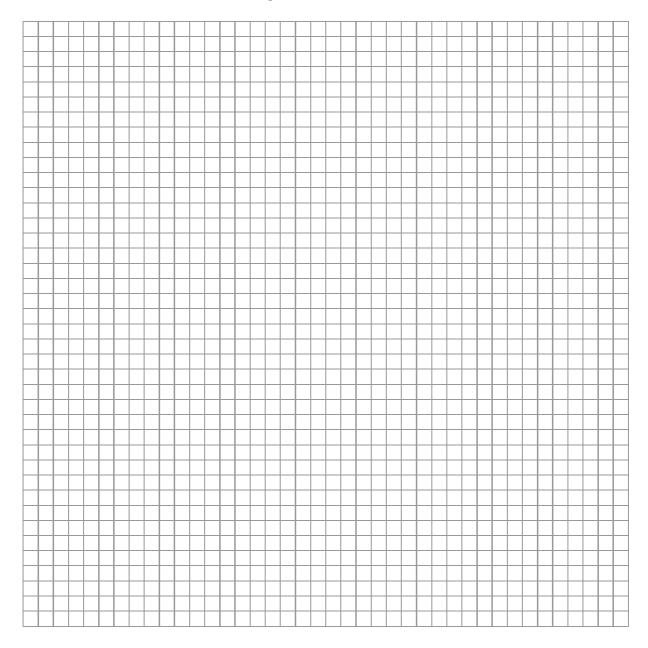
- (a) Reinhard gibt in die obere Eingabe die Zahl-1ein. Berechne die untere Eingabe so, dass die Ausgabe gleich 53 ist.
- (b) Reinhard gibt in die obere und untere Eingabe je die gleiche Zahl x ein. Bei welcher Zahl x ist dann die Ausgabe gleich der Zahl 10? Stelle dazu eine Gleichung auf und löse diese.



In einem Plexiglaswürfel mit der Kantenlänge $10\,\mathrm{cm}$ wurde ein Metallkörper eingepasst. Er setzt sich aus drei gleich grossen Würfeln mit der Kantenlänge $4\,\mathrm{cm}$ zusammen, welche sich gegenseitig durchdringen. Der mittlere Metallwürfel liegt genau im Zentrum des Plexiglaswürfels.



Berechne die Oberfläche des Metallkörpers.



Das Gerät Tell-Phone kann mit einem vierbuchstabigen Code gesperrt werden. Die Buchstaben sind A, C, E und F. Das Tell-Phone kann entsperrt werden, wenn die Buchstaben in der richtigen Reihenfolge eingetippt werden.



Beim Tell-Phone muss im Code jeder der vier Buchstaben genau einmal vorkommen. Zum Beispiel sind F-E-C-A oder C-A-F-E derartige Codes. Die Abbildung zeigt das Eintippen des Codes F-E-C-A.

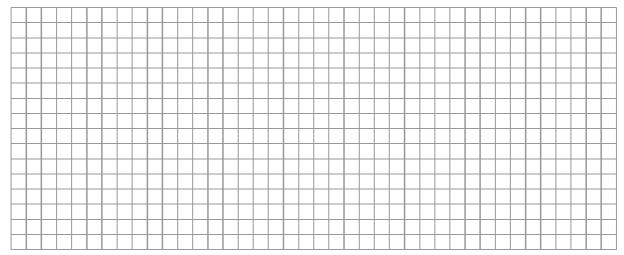








- (a) Wie viele verschiedene Codes gibt es, bei denen F der erste Buchstabe ist, und die anderen drei Buchstaben C, E, A genau einmal vorkommen?
- (b) Wie viele verschiedene Codes gibt es, bei denen die Buchstaben A, C, E und F genau einmal vorkommen?



Das neue Gerät Tell-PhoneX hat nur die Buchstaben A, C und E.

Der Code für das Entsperren ist immer noch vierbuchstabig. Daher muss er mindestens einen Buchstaben mehrfach enthalten. Zum Beispiel sind A-C-A-E oder A-E-C-A Codes, die den Buchstaben A zweimal, sowie C und E je genau einmal enthalten.



Die Abbildung zeigt das Eintippen des Codes A-C-A-E.

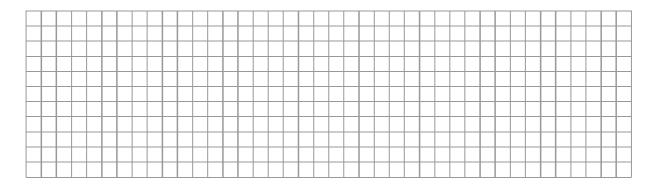






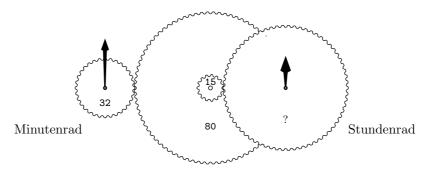


(c) Wie viele verschiedene Codes gibt es, bei denen der Buchstabe A genau zweimal vorkommt, und die beiden anderen Buchstaben C und E sind?



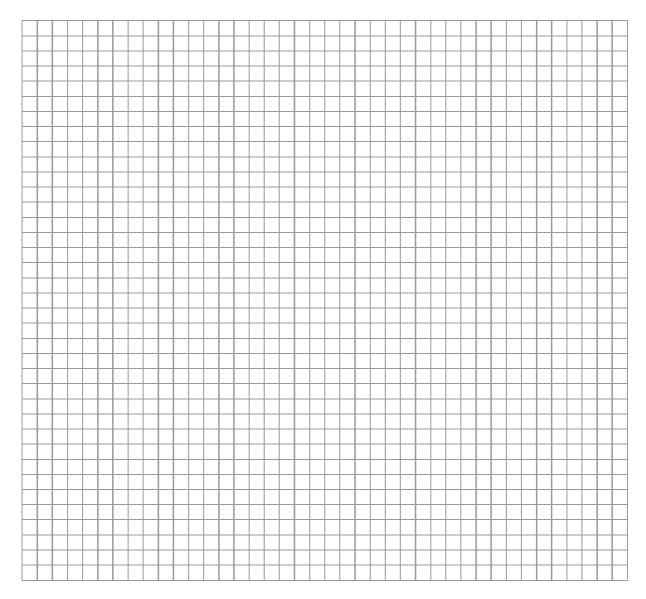
Die untenstehende Abbildung zeigt das Räderwerk einer Uhr. Das linke Rad steuert den Minutenzeiger, das rechte Rad den Stundenzeiger.

Das Stundenrad wird durch das kleine Zahnrad mit 15 Zähnen angetrieben. Es ist fest mit dem grossen Zahnrad mit 80 Zähnen verbunden. Wenn dieses grosse Zahnrad genau eine vollständige Umdrehung macht, so macht das kleine ebenfalls genau eine vollständige Umdrehung.



Wenn das Minutenrad 12 vollständige Umdrehungen macht, so dreht sich das Stundenrad genau ein Mal vollständig. Die zwei Zeiger zeigen dann zum ersten Mal wieder gleichzeitig senkrecht nach oben.

Berechne die Anzahl der Zähne des Stundenrads und notiere deine Rechnung.

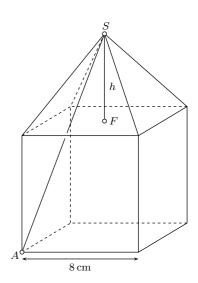


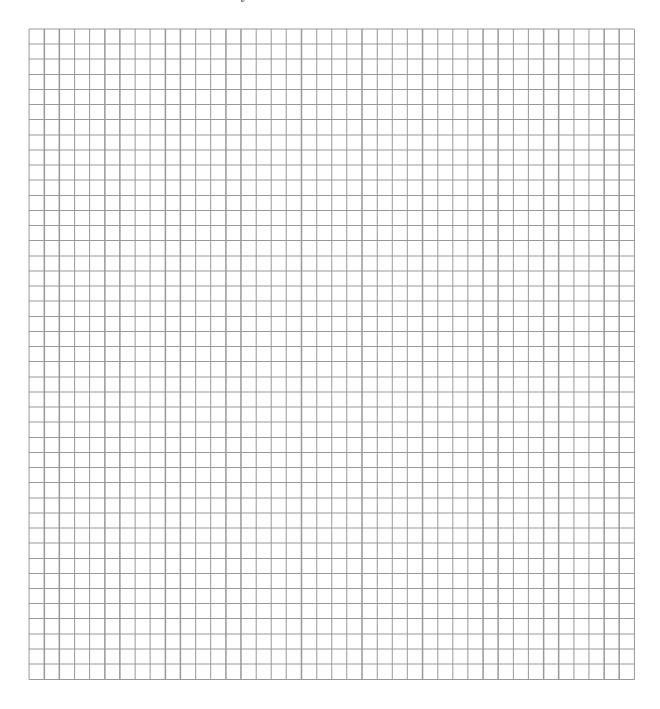
Der abgebildete Körper ist ein Würfel mit einer aufgesetzten Pyramide. Die Strecke SF ist die Höhe h der Pyramide. Der Punkt F liegt genau in der Mitte der quadratischen Grundfläche der Pyramide.

Der Würfel hat die Kantenlänge $a=8\,\mathrm{cm}$.

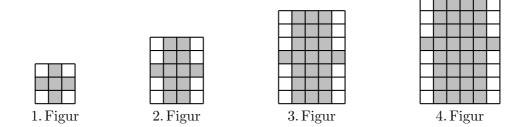
Die folgenden beiden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

- (a) Die Höhe der Pyramide misst $h=6\,\mathrm{cm}$. Berechne die Entfernung der Pyramidenspitze S zur Ecke A der Grundfläche des Würfels. Gib das Resultat auf zwei Stellen nach dem Komma an.
- (b) Der gesamte Körper hat das Volumen $V=768\,\mathrm{cm}^3$. Welche Höhe h hat dann die Pyramide?

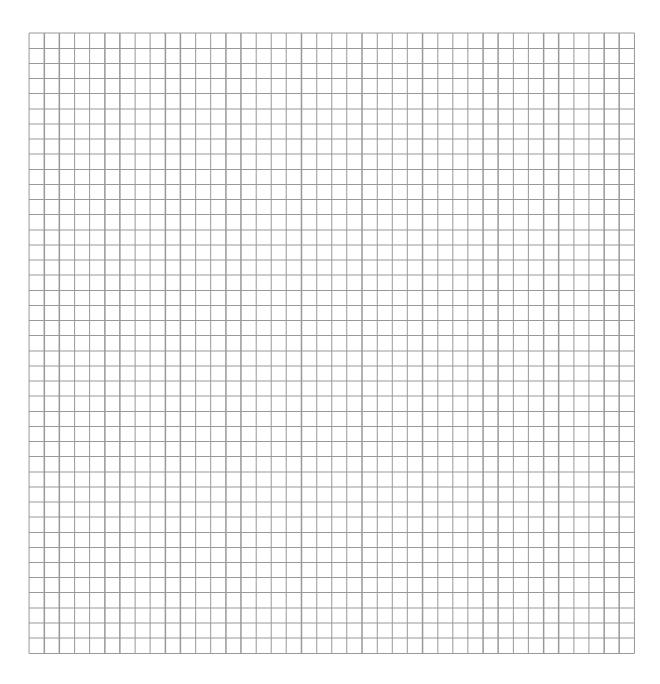




Betrachte die Figurenfolge.



- (a) Wie viele graue Quadraten enthält die 5. Figur?
- (b) Gib eine Formel an, welche die Anzahl der grauen Quadrate in der n-ten Figur durch die Variable n ausdrückt.
- (c) Welche Figur in dieser Folge enthält zum ersten Mal mehr als 5600 graue Quadrate? Finde die Antwort durch Probieren mit dem Taschenrechner.



Die drei Waagen sind im Gleichgewicht:

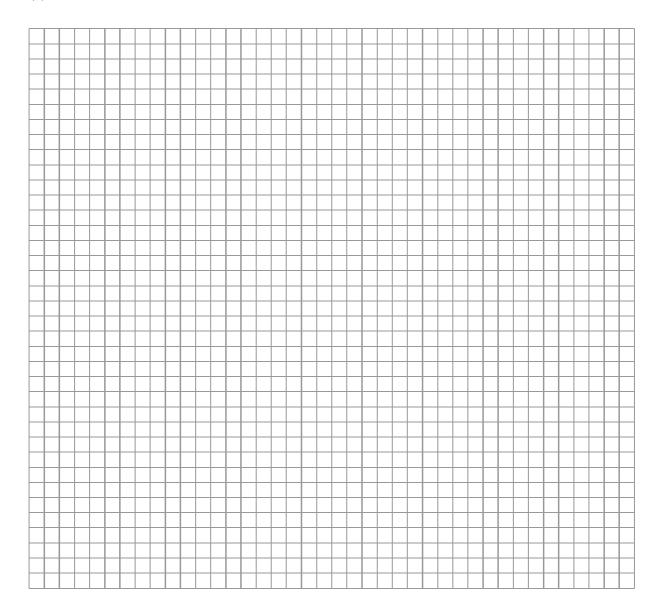


Die Körper der gleichen Form haben dasselbe Gewicht.

(a)	Welcher	der	Körper	hat	das	grösste	Gewicht?	Kreuze	die	richtige	Antwort	an.

				□ 凸
(b)	Welcher der Körper hat	das kleinste Gewich	t? Kreuze di	e richtige Antwort an.
			пΛ	п Д

(c) Der leichteste Körper wiegt 1 kg. Welches Gewicht hat der schwerste Körper?



Gegeben sind zwei Punkte A, B, eine Gerade g und eine Strecke der Länge L.

- (a) Konstruiere denjenigen Kreis k, welcher seinen Mittelpunkt M auf g hat, sowie durch A und B verläuft.
- (b) Konstruiere alle Trapeze ABCD mit den folgenden Eigenschaften: Die Punkte C, D liegen ebenfalls auf dem Kreis k aus Aufgabe (a). Die Seite CD ist parallel zu AB, und CD hat die vorgegebene Länge L.

Überlege anhand der nebenstehenden Figur, wie die Konstruktion ausgeführt werden kann.

