Mathematik
Aufnahmeprüfung 2020
1. Klasse FMS

KANTONSSCHULE SCHAFFHAUSEN

Zeit: 2 Stunden
Rechner: TI30/TI34 oder vergleichbare.
Hinweis: Der Lösungsweg soll direkt auf das Aufgabenblatt geschrieben werden.
Er muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte vergeben.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Punktzahl	4	5	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4

Lösungen

Mathematik
Aufnahmeprüfung 2020
1. Klasse FMS

KANTONSSCHULE SCHAFFHAUSEN

Vorname: **Name:**

Prüfungsklasse:

---

1. Löse die Gleichungen nach *x* auf. Gib die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch an:

   a) $(9x - 11) \cdot (x + 3) - 15 = 9x^2$

$$9x^2 - 11x + 27x - 33 - 15 = 9x^2$$

$$16x - 48 = 0$$

$$16x = 48$$

$$x = 3$$

b) $4x - \frac{3}{4} \cdot (x-2) = \frac{1}{5}$ $\quad |\cdot 20$

$$80x - 15\cdot(x-2) = 4$$

$$80x - 15x + 30 = 4$$

$$65x = -26$$

$$x = -\frac{26}{65} = -\frac{2}{5}$$

2. a) Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich und schreibe das Ergebnis ohne Klammer:

$b \cdot (5 + b) - 6c \cdot (b + c) + (3b + c)^2$

$= 5b + b^2 - 6bc - 6c^2 + 9b^2 + 6bc + c^2$

$= 10b^2 + 5b - 5c^2$

b) Kürze den Term so weit wie möglich:

$$\frac{x}{y^2} : \frac{x^2 + (2x)^2}{y^4}$$

$$= \frac{x}{y^2} : \frac{x^2 + 4x^2}{y^4} = \frac{x}{y^2} : \frac{5x^2}{y^4} = \frac{x}{y^2} \cdot \frac{y^4}{5x^2} = \frac{y^2}{5x}$$

c) Gegeben ist der Term $\frac{2r^2 s}{5s - r}$.

Berechne den Wert des Terms für $r = -5$ und $s = 3$.

$$\frac{2 \cdot (-5)^2 \cdot 3}{5 \cdot 3 - (-5)} = \frac{2 \cdot 25 \cdot 3}{15 + 5} = \frac{150}{20} = \frac{15}{2}$$

3. Der Engiweiher ist ein künstlich angelegter See oberhalb von Schaffhausen. Seine Fläche beträgt 0.02 km² und seine durchschnittliche Tiefe ist 420 cm.
   a) Wie viele Liter fasst der See?
   b) Durch eine Leitung werden pro Sekunde 750 Liter Wasser abgelassen.
      Wie lange dauert es, bis 6'120'000 Liter abgeflossen sind?
      Gib das Ergebnis in Stunden und Minuten an.

a) $0.02\ \text{km}^2 = 20‘000\ \text{m}^2$

$420\ \text{cm} = 4.2\ \text{m}$

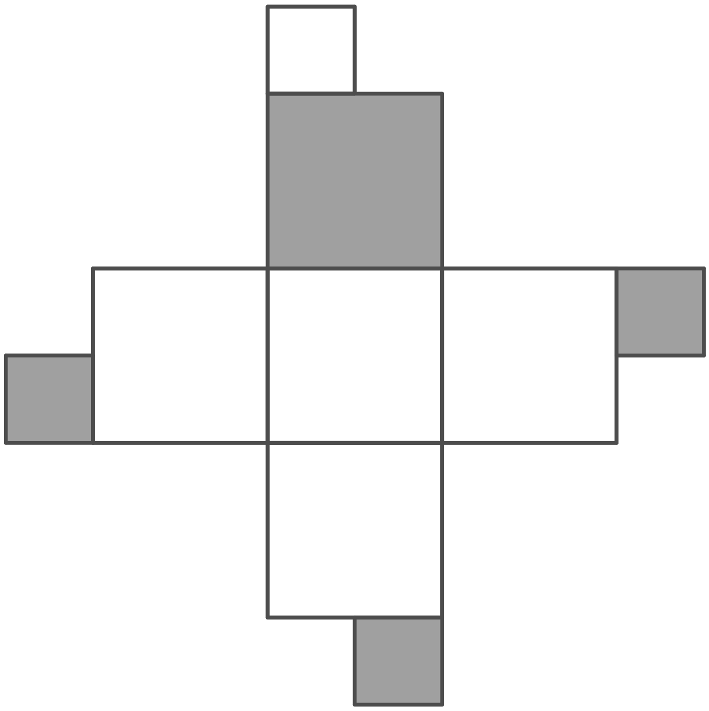
$V = 20‘000\ \text{m}^2 \cdot 4.2\ \text{m} = 84‘000\ \text{m}^3$

$84‘000\ \text{m}^3 \cdot 1000\ \text{l/m}^3 = 84‘000‘000$ Liter

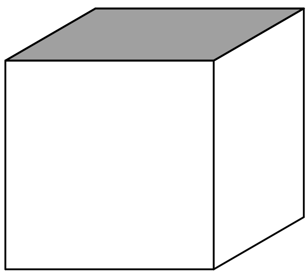
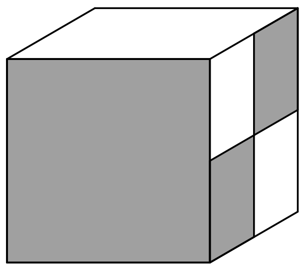
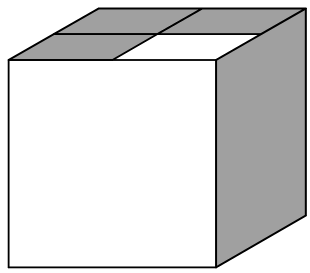
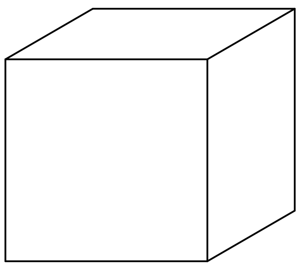
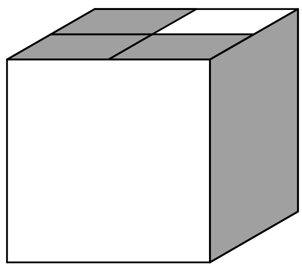
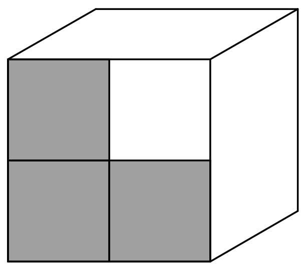
b) $6‘120‘000 / 750 = 8160$ Sekunden

$= 136$ Minuten $= 2$ Stunden 16 Minuten

4. Gegeben ist das folgende Würfelnetz.



Welche der folgenden Würfelansichten können durch den zusammengefalteten Würfel entstehen? Kreuze die richtigen an.

		
☒	☐	☒
		
☒	☐	☐

5. Ein Obsthändler kauft in Spanien 8000 kg Tomaten für 1.35 Fr. pro Kilogramm ein. Auf der Fahrt verderben 22% der Tomaten, von den unverdorbenen Tomaten kann er 10% nicht verkaufen. Im Verkauf verlangt er 2.25 Fr. pro Kilogramm.

a) Wie viele Kilogramm Tomaten konnte er noch verkaufen?

b) Wie viel Prozent Gewinn hat er gemacht?

a) eingekauft: 8000 kg

Auf der Fahrt verderben 22%: $\frac{8000 \cdot 22}{100} = 1760$ kg

Er hat noch 8000 kg – 1760 kg = 6240 kg

Davon kann er 10% nicht verkaufen.

Er kann 6240 kg – 624 kg = 5616 kg verkaufen.

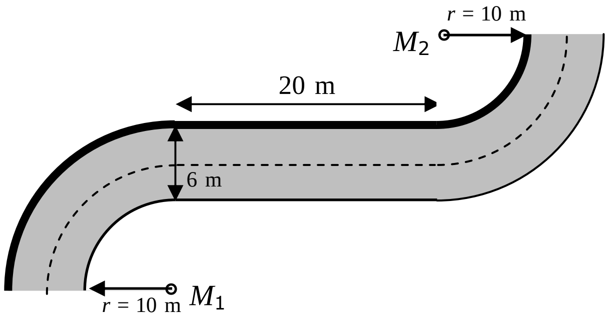
b) Er hat in Spanien 8000 kg · 1.35 Fr/kg = 10‘800 Fr. für die Tomaten bezahlt.

Er verkauft sie für 5616 kg · 2.25 Fr./kg = 12‘636 Fr.

Er hat 12‘636 – 10‘800 = 1‘836 Fr. Gewinn gemacht.

Das sind $\frac{1'836 \cdot 100\%}{10'800} = 17\%$

6. Es ist ein Strassenstück in Form einer S-Kurve geplant. Das Strassenstück besteht aus zwei identischen Viertelkreisringen und einem geraden Zwischenstück. Die Strasse hat überall die Breite 6 m und das gerade Zwischenstück ist 20 m lang. Der innere Radius der beiden Viertelkreise beträgt r = 10 m. Die Viertelkreise besitzen die Mittelpunkte M_1 bzw. M_2.



a) Der obere Rand des Strassenstücks wird mit einer Leitplanke abgegrenzt (fett dargestellt). Wie lang ist die Leitplanke?

b) Welchen Flächeninhalt hat das grau schraffierte Strassenstück?

a) Leitplanke auf erstem Viertelkreisbogen: $\frac{2\pi \cdot 16}{4} = 8\pi$

Leitplanke auf geradem Zwischenstück: $20\,\mathrm{m}$

Leitplanke auf erstem Viertelkreisbogen: $\frac{2\pi \cdot 10}{4} = 5\pi$

Gesamtlänge Leitplanke $= 8\pi + 20 + 5\pi \approx \underline{\underline{60.84\,\mathrm{m}}}$

b) Fläche eines Viertelkreisrings: $\frac{\pi \cdot 16^2}{4} - \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 39\pi$

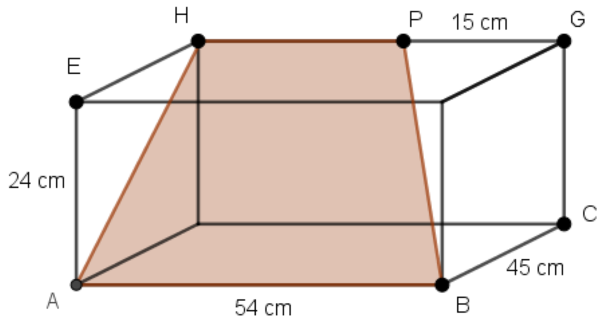
Fläche gerades Zwischenstück: $20 \cdot 6 = 120\,\mathrm{m}^2$

Gesamtfläche: $2 \cdot 39\pi + 120 \approx \underline{\underline{365.04\,\mathrm{m}^2}}$

7. Gegeben ist ein Quader mit den Kantenlängen AB = 54 cm, BC = 45 cm und AE = 24 cm. Der Punkt P liegt auf der Kante GH. Er ist 15 cm von der Ecke G entfernt.

a) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes *ABPH*.

b) Berechne den Umfang des Trapezes *ABPH*.



a) *AH* ist die Höhe des Trapez, *AB* und *PH* die parallelen Seiten.

$AH = \sqrt{24^2 + 45^2} = 51$ cm

$F_{ABPH} = \dfrac{(AB + PH)}{2} \cdot AH = \dfrac{(54 + 39)}{2} \cdot 51 = 2371.5$ cm²

b) $BP = \sqrt{BG^2 + GP^2} = \sqrt{51^2 + 15^2} = 53.16$ cm

Umfang = $AB + BP + PH + AH$ = 54 + 53.16 + 39 + 51

= 197.16 cm

8. Die Kantenlänge eines Würfels misst x cm. Verlängert man alle Kantenlängen dieses Würfels um 5 cm, so vergrössert sich dessen Oberfläche um 528 cm².
Berechne die Kantenlänge x.

Oberfläche vorher: $6x^2$

Oberfläche nach der Vergrösserung: $6 \cdot (x + 5)^2$

$$6x^2 + 528 = 6 \cdot (x + 5)^2$$

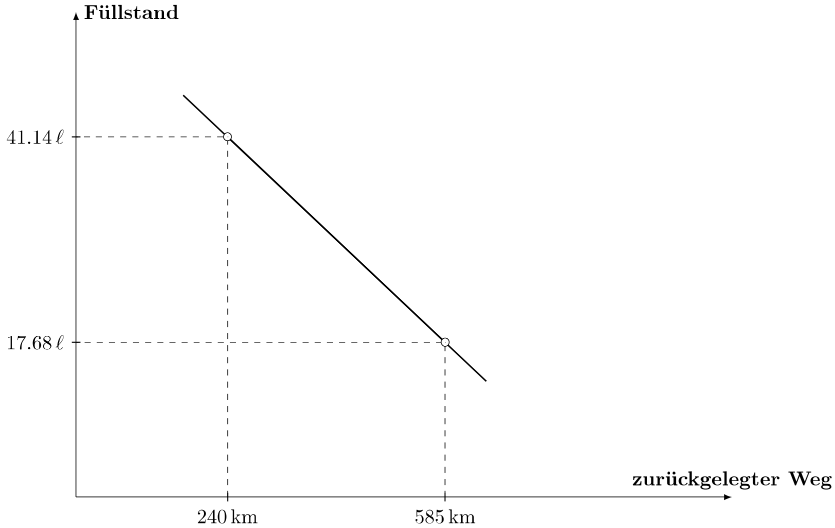
$$6x^2 + 528 = 6 \cdot (x^2 + 10x + 25)$$

$$6x^2 + 528 = 6x^2 + 60x + 150$$

$$378 = 60x$$

$$6.3 \text{ cm} = x$$

9. Auf einer Autofahrt mit gleichmässigem Benzinverbrauch wird der Füllstand des Benzintanks beobachtet. Nach 240 gefahrenen Kilometern befinden sich noch 41.14 Liter Benzin im Tank, nach 585 Kilometern sind es noch 17.68 Liter.



a) Wie gross ist der Benzinverbrauch des Autos pro 100 Kilometer?
b) Welchen Weg kann das Auto insgesamt zurücklegen bis der Tank leer ist?

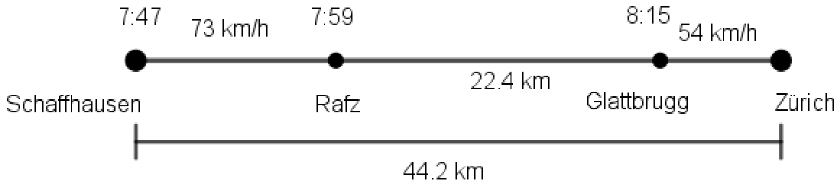
a) Das Auto verbraucht auf $585 - 240 = 345\,\text{km}$ gerade $41.14 - 17.68 = 23.46\,\ell$ Benzin.

Pro Kilometer verbraucht das Auto also $\frac{23.46}{345} = 0.068$ Liter Benzin.

Pro 100 Kilometer verbraucht das Auto somit $100 \cdot 0.068 = \underline{\underline{6.8}}$ Liter Benzin.

b) Nach 585 gefahrenen Kilometern verbleiben noch 17.68 Liter Benzin im Tank. Diese Menge Benzin reicht noch für $\frac{17.68}{0.068} = 260$ weitere Kilometer. Insgesamt kann das Auto also $585 + 260 = \underline{\underline{845\,\text{km}}}$ Weg zurücklegen.

10. Um 7:47 Uhr verlässt ein Intercity-Zug Schaffhausen und fährt die 44.2 km lange Strecke ohne Halt bis nach Zürich. Auf dem ersten Teilstück bis Rafz hat es viele Kurven. Der Zug fährt auf diesem Abschnitt durchschnittlich 73 km/h und durchfährt den Bahnhof Rafz um 7:59 Uhr.



Auf dem zweiten Abschnitt von Rafz bis Glattbrugg, der 22.4 km lang ist, kann der Zug schneller fahren und er passiert den Bahnhof Glattbrugg um 8:15 Uhr. Wegen der vielen Weichen muss der Intercity nun wieder abbremsen und bis zum Zürcher Hauptbahnhof kann er nur noch mit durchschnittlich 54 km/h weiterfahren.

a) Wie lang ist der erste Streckenabschnitt von Schaffhausen bis nach Rafz?

b) Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit fährt der Intercity auf dem zweiten Streckenteil von Rafz nach Glattbrugg?

c) Um welche Uhrzeit kommt der Intercity schliesslich in Zürich an?

a) Der Zug braucht 12 Minuten = $\frac{1}{5}$ Stunden

$$s = v \cdot t = 73 \cdot \frac{1}{5} = 14.6 \text{ km}$$

b) Der Zug braucht 16 Minuten = $\frac{4}{15}$ Stunden.

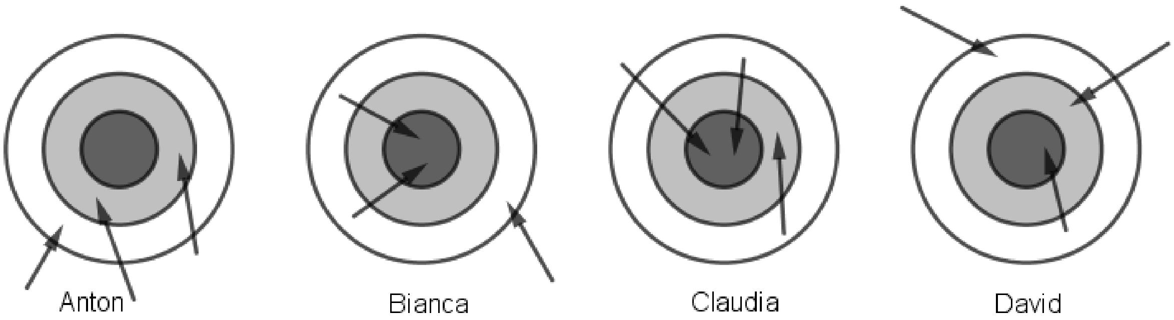
$$v = \frac{s}{t} = \frac{22.4}{\frac{4}{15}} = 84 \text{ km/h}$$

c) Die Strecke ist 44.2 – 22.4 – 14.6 = 7.2 km lang.

$$t = \frac{s}{v} = \frac{7.2}{54} = 0.1333\ldots \text{ Stunden} = 8 \text{ Minuten}$$

Der Zug kommt um 8:23 Uhr in Zürich HB an.

11. Anton, Bianca, Claudia und David schiessen mit jeweils drei Pfeilen auf eine Zielscheibe.
Die Zielscheibe hat drei Ringe, die – je nachdem, wo die Pfeilspitze steckenbleibt – unterschiedlich viele Punkte ergeben.
Unten abgebildet siehst du die Ergebnisse der vier Schützen.
Anton hat 29, Bianca 43 und Claudia hat 47 Punkte erzielt.



a) Anton und Bianca haben zusammen 29 + 43 = 72 Punkte. Wie viele Punkte hat David erzielt?

Die Aufgabe b) kann unabhängig von Teilaufgabe a) gelöst werden!

b) Wie viele Punkte ergibt jeder der drei Ringe?

a) Anton und Bianca haben zusammen je zweimal in den inneren Ring, den mittleren Ring und den äusseren Ring getroffen. David hat je einmal in den inneren Ring, den mittleren Ring und den äusseren Ring getroffen. Anton und Bianca müssen zusammen doppelt so viele Punkte wie David erreicht haben.
David hat folglich $\frac{1}{2} \cdot 72 = 36$ Punkte erzielt.

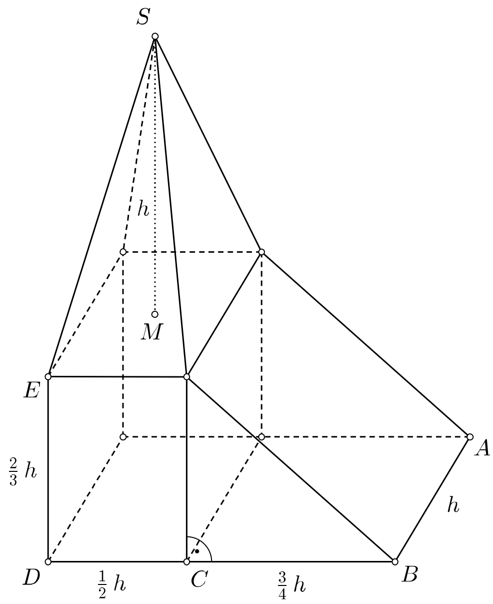
b) Bianca und Claudia habe je zweimal den inneren Ring getroffen. Ausserdem hat Bianca den äusseren Ring, Claudia den mittleren Ring getroffen. Claudia hat 4 Punkte mehr als Bianca. Folglich ergibt der mittlere Ring vier Punkte mehr als der äussere.
Anton hätte - wäre sein dritter Pfeil statt im äusseren Ring auch im mittleren Ring gelandet - 4 Punkte mehr, d.h. insgesamt 33 Punkte erreicht. Daher ergeben 3 Pfeile im mittleren Ring 33 Punkte, ein Pfeil im mittleren Ring 11 Punkte, ein Pfeil im äusseren Ring 7 Punkte. Die beiden Pfeile im inneren Ring von Bianca ergeben demzufolge zusammen 43–7 = 36 Punkte, ein Pfeil im inneren Ring 18 Punkte.
Innerer Kreis: 18 Punkte,
Mittlerer Ring 11 Punkte,
Äusserer Ring: 7 Punkte.

12. Aus drei Bauklötzen wird der abgebildete Körper gebaut. Der erste ist ein Quader, der zweite ein Prisma und der dritte eine Pyramide. Die Kantenlängen hängen wie folgt von der Variablen *h* ab:

$$AB = h,\ BC = \frac{3}{4}h,\ CD = \frac{1}{2}h,\ DE = \frac{2}{3}h \text{ und } MS = h.$$

a) Berechne das Volumen des Gesamtkörpers, wenn $h = 6$ cm beträgt.

b) Drücke das Volumen des Gesamtkörpers allgemein durch *h* aus und vereinfache den Term so weit wie möglich.



a) Volumen des Quaders: $3 \cdot 4 \cdot 6 = 72\,\text{cm}^3$

Volumen des Prismas: $\frac{6 \cdot 4.5 \cdot 4}{2} = 54\,\text{cm}^3$

Volumen der Pyramide: $\frac{3 \cdot 6 \cdot 6}{3} = 36\,\text{cm}^3$

Also $V = 72 + 54 + 36 = \underline{\underline{162\,\text{cm}^3}}$

b) Volumen des Quaders: $\frac{1}{2}h \cdot \frac{2}{3}h \cdot h = \frac{1}{3}h^3$

Volumen des Prismas: $\frac{1}{2}h \cdot \frac{3}{4}h \cdot \frac{2}{3}h = \frac{1}{4}h^3$

Volumen der Pyramide: $\frac{\frac{1}{2}h \cdot h \cdot h}{3} = \frac{1}{6}h^3$

Also $V = \frac{1}{3}h^3 + \frac{1}{4}h^3 + \frac{1}{6}h^3 = \frac{9}{12}h^3 = \underline{\underline{\frac{3}{4}h^3}}$