Mathematik Aufnahmeprüfung 2021



Zeit: 2 Stunden

Rechner: TI30/TI34 oder vergleichbare.

Hinweis: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte

vergeben.

Numerische Resultate sind - sofern nicht anders verlangt - auf zwei Stellen nach

dem Komma zu runden.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Summe	
Punkte	4	4	3	4	3	4	3	4	3	3	4	4	43	



Vorname:	Name:

Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen.

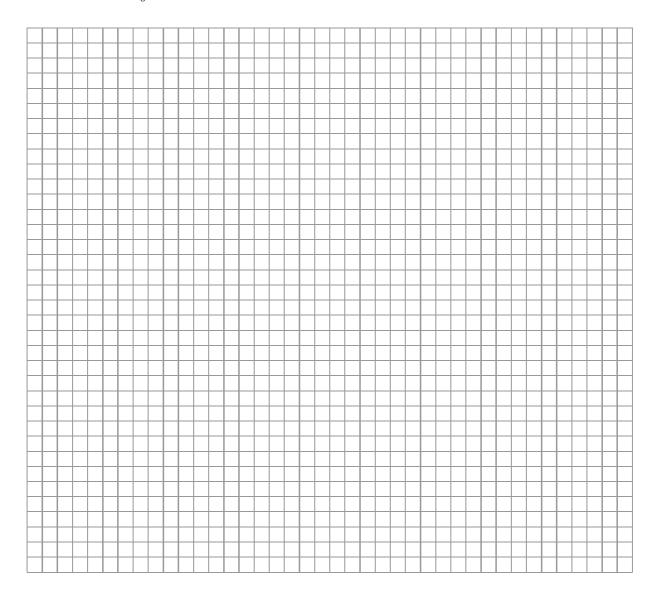
(a)
$$(-2) \cdot (2a - 6 - 9a + 1)$$

(b)
$$-(4x^2 - 2x + 1) - 2x \cdot (x + 1)$$

Schreibe das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch.

(c)
$$\frac{t+6}{3} - \frac{t+8}{4} + \frac{t}{6}$$

(d)
$$\frac{4x^5y^2}{3z^4} \cdot \frac{9z}{8x^4y^2}$$

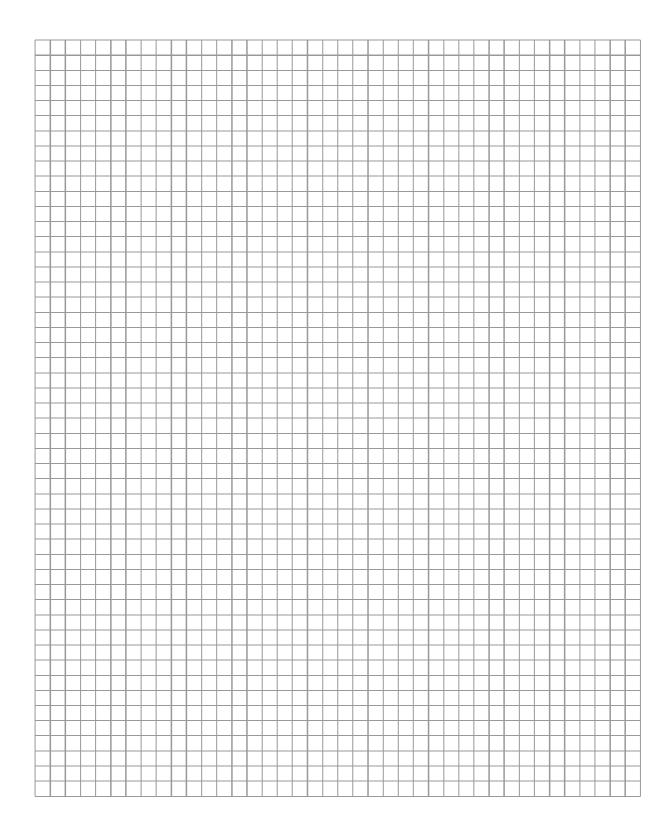


(a) Löse folgende Gleichung nach der Unbekannten p auf.

$$p + p(1-p) - (1+p)p = -1 + 2(p-p^2)$$

(b) Löse folgende Gleichung nach der Unbekannten n auf und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an.

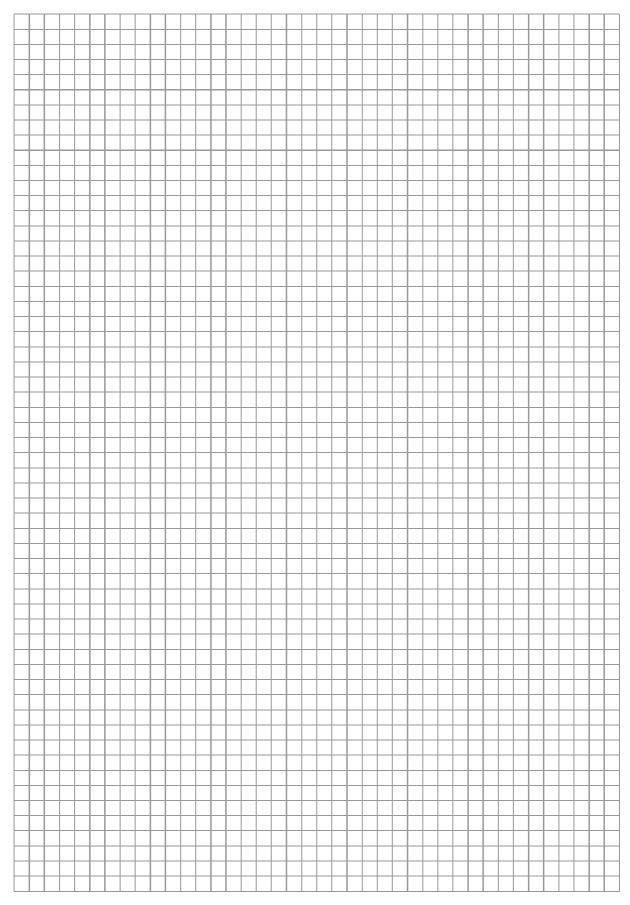
$$\frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{n}{4}\right) = \frac{1}{4} \cdot \left(1 + \frac{2n}{3}\right)$$



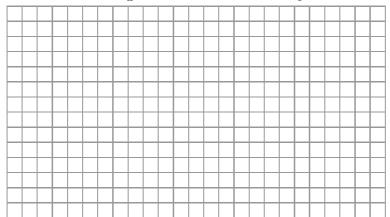
${\bf Aufgabe~3}$

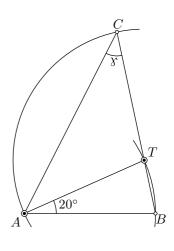
Zwei ganze Zahlen a und b haben den grössten gemeinsamen Teiler 31. Die Zahl a liegt zwischen 180 und 200, und b liegt zwischen 240 und 380.

Bestimme die beiden Zahlen a und b.



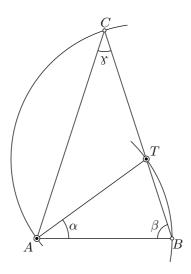
(a) Im Dreieck ABC sind A und T die Mittelpunkte der eingezeichneten Kreisbögen. Berechne den Winkel $y = \triangleleft ACB$.

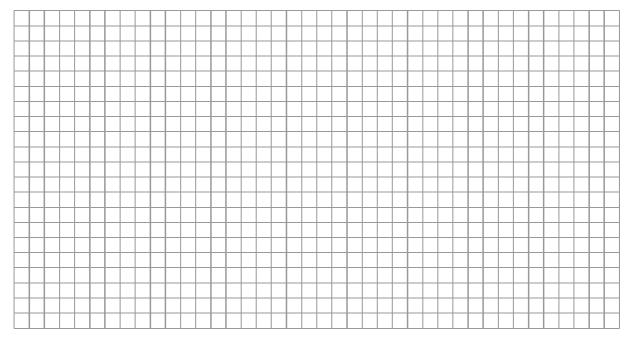




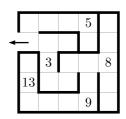
(b) Jetzt ist das Dreieck ABC gleichschenklig mit der Spitze bei C. Die Punkte A und T sind nach wie vor die Zentren von Kreisbögen. Berechne den Winkel α .

Hinweis: Drücke zuerst β und γ durch α aus und vereinfache fortlaufend die Terme soweit wie möglich.



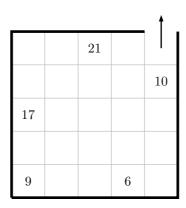


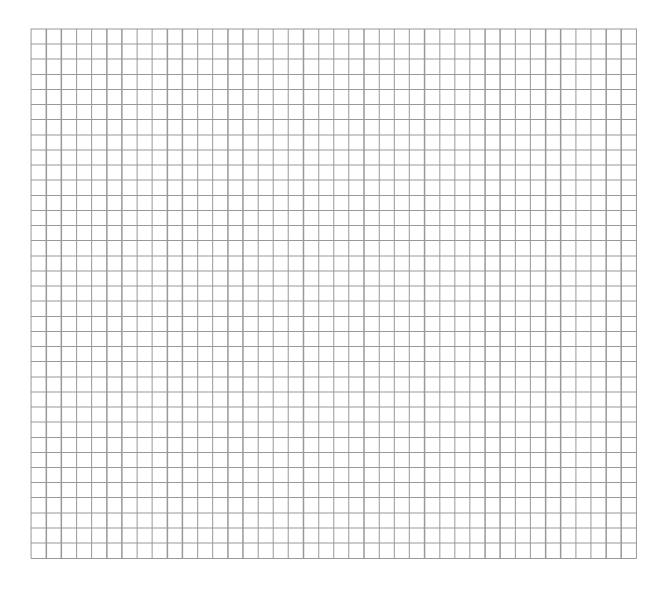
Die Abbildung zeigt beispielhaft ein Labyrinth. Der Pfeil deutet den Ausgang an. Mit den Zahlen in den Feldern ist die kleinste Anzahl Schritte vermerkt, die man benötigt, um vom entsprechenden Feld aus das Labyrinth zu verlassen.



Beim folgenden Labyrinth fehlen die Wände. Es ist aber in einigen Feldern die kleinste Anzahl Schritte notiert, um von dort aus das Labyrinth zu verlassen.

Zeichne die Wände.

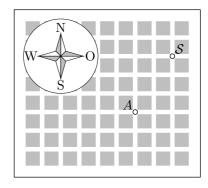




Die Abbildung zeigt den Ortsplan einer Stadt, deren Strassen alle rechtwinklig oder parallel zueinander verlaufen. Die Strassen grenzen quadratische Häuserblöcke ab.

Der Punkt A markiert die Strassenkreuzung, von welcher aus Anton zur Schule $\mathcal S$ marschiert. Er wählt immer einen kürzesten Schulweg, also entlang von genau 5 Häuserblöcken.

Gestern ging er beispielsweise zuerst zwei Häuserblöcke nach Osten, und danach drei Häuserblöcke nach Norden. Dieser Weg lässt sich kurz notieren als OONNN.

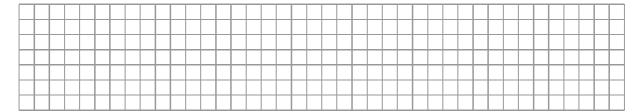


(a) Wenn Anton zuerst nach Osten läuft, so sind die vier Wege

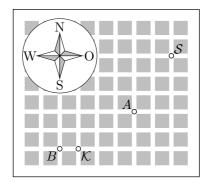
OONNN, ONONN, ONNON und ONNNO

die kürzesten.

Notiere die sechs kürzesten Schulwege, wenn Anton zuerst nach Norden geht.

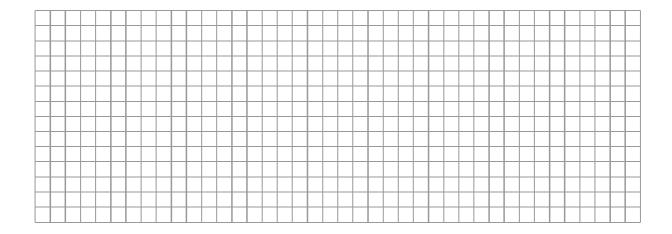


Antons Schulkamerad Ben wohnt etwas weiter weg von der Schule. Er geht zuerst auf einem kürzesten Weg zu Anton, welcher bei der Kreuzung A auf ihn wartet.

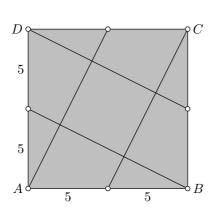


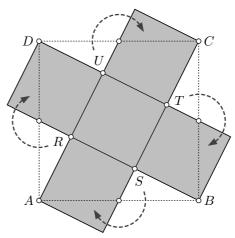
- (b) Wie viele kürzeste Wege gibt es für Ben von B nach A, wenn er zuerst zum Kiosk K läuft?
- (c) Wie viele kürzeste Wege gibt es für Ben insgesamt, um von B nach A zu gelangen?
- (d) Ben läuft jeden Tag von B auf einem kürzesten Weg zu A, und trifft dort Anton. Danach gehen die beiden gemeinsam auf kürzestem Wege zur Schule S.

Wie viele kürzeste Wege gibt es für Ben, wenn er auf diese Weise zur Schule \mathcal{S} geht?



Bei einem Quadrat ABCD wird jede Ecke mit einer Seitenmitte verbunden, so wie dies in der linken Figur dargestellt ist. Diese Linien unterteilen das Quadrat in vier Dreiecke, vier Trapeze und ein Quadrat in der Mitte.

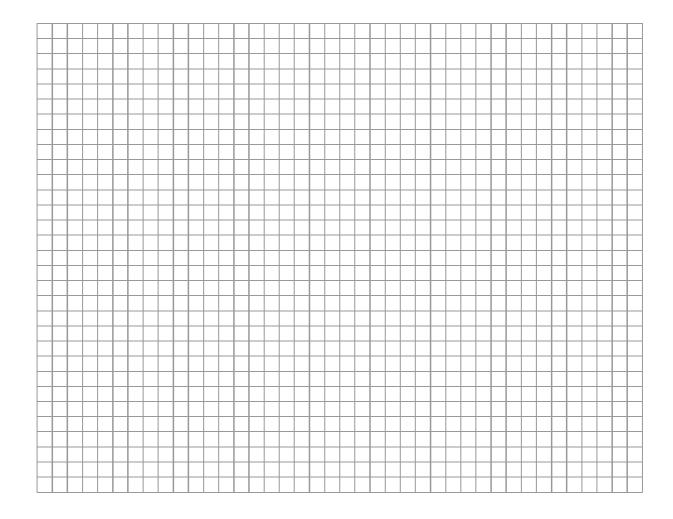




Dreht man die vier Dreiecke je um 180° um eine Seitenmitte, so entsteht ein Kreuz aus 5 gleich grossen Quadraten (siehe die rechte Figur). Dieses graue Kreuz hat daher denselben Flächeninhalt wie das Quadrat ABCD.

Das Quadrat ABCD hat die Seitenlänge 10.

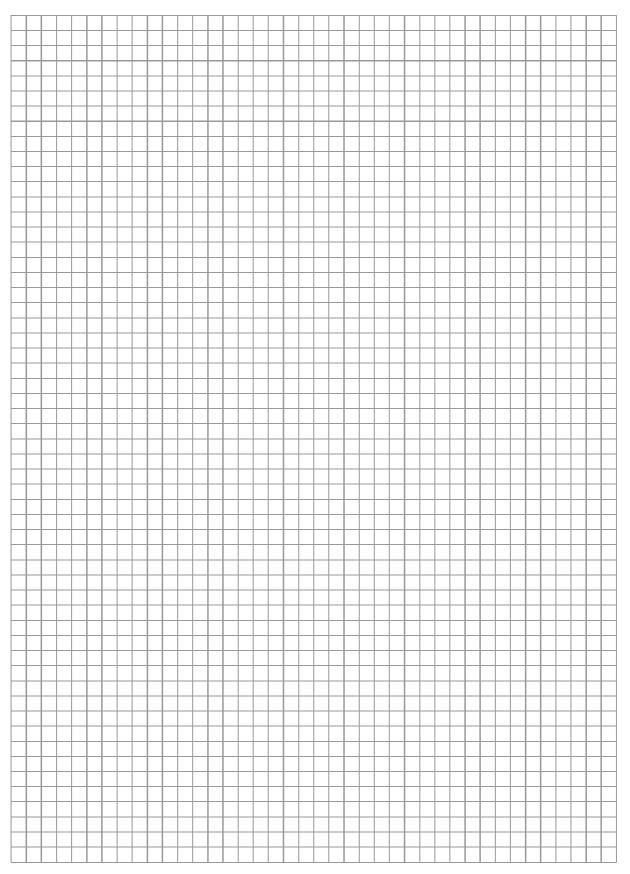
- (a) Berechne die Seitenlänge des mittleren Quadrats RSTU.
- (b) Berechne den Abstand, den S von der Seite AB hat.



Eine Viehherde besteht aus x Tieren. $\frac{3}{5}$ davon sind Schafe, die restlichen $\frac{2}{5}$ der Herde sind Ziegen. Als eine Seuche auftritt, erkranken $\frac{1}{6}$ der Schafe und $\frac{1}{8}$ der Ziegen, insgesamt 21 Tiere.

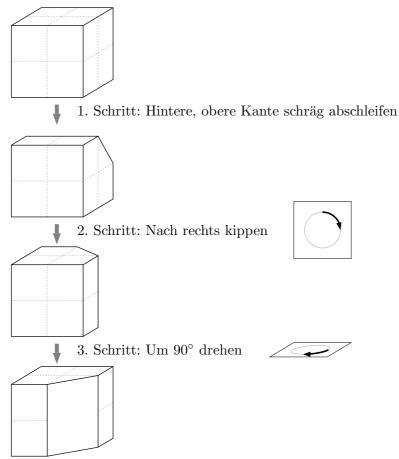
Aus wie vielen Tieren besteht die ganze Viehherde?

Stelle für die Beantwortung der Frage zuerst eine Gleichung für x auf.



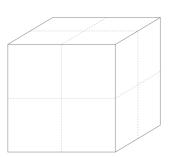
Ein Holzwürfel wird an drei seiner Kanten geschliffen. Dies wird in 9 Bearbeitungsschritten bewerkstelligt.

Im ersten Schritt wird die hintere obere Kante schräg abgeschliffen. Im zweiten Schritt wird der Körper nach rechts gekippt, und im dritten Schritt wird er um 90° gedreht. Die untenstehende Figurenfolge illustriert diesen Vorgang.

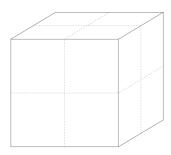


Diese drei Bearbeitungsschritte werden in genau dieser Reihenfolge wiederholt ausgeführt, also 4. Schleifen - 5. Kippen - 6. Drehen - 7. Schleifen - 8. Kippen - 9. Drehen - fertig

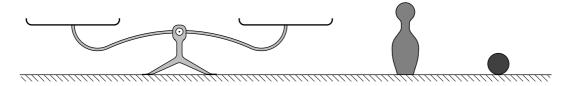
(a) Zeichne den Körper, nachdem der fünfte Bearbeitungsschritt erfolgt ist.



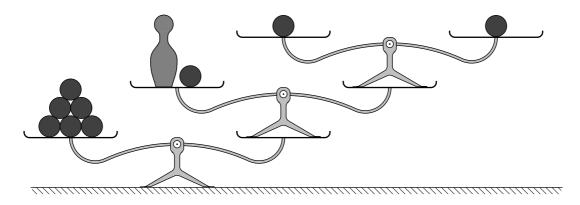
(b) Zeichne den Körper am Ende des 9. Bearbeitungsschritts.



Wir betrachten drei Objekte: Waage, Kegel und Kugel

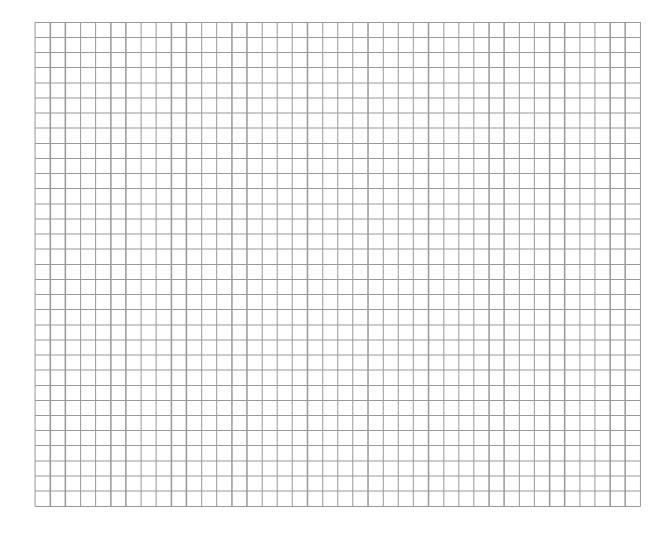


Drei dieser Waagen, 9 solcher Kugeln und ein Kegel können wie folgt ins Gleichgewicht gebracht werden:



Das leichteste der drei Objekte wiegt $2\,\mathrm{kg}$.

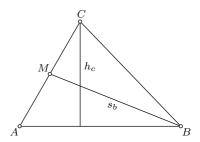
Bestimme aus diesen Angaben das Gewicht der drei Objekte.



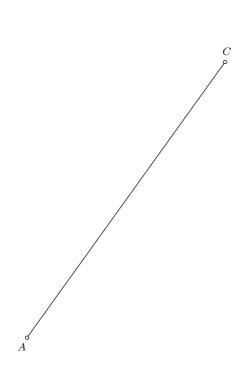
Von einem Dreieck ABC kennt man die Punkte A und C, sowie die Längen der Höhe h_c und der Seitenhalbiernden $s_b=MB$.

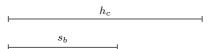
Konstruiere alle Dreiecke ABC aus der gegebenen Seite AC, und den vorgegebenen Längen h_c und s_b .

Überlege anhand der nebenstehenden Figur, wie die Konstruktion ausgeführt werden kann.



Führe die Konstruktion in der untenstehenden Situation aus.





Der unten links abgebildete Körper entsteht durch das Falten des Netzes, welches rechts gezeichnet ist. Dabei sind F und G Kantenmitten. Die Längenangaben sind in Zentimeter.

Berechne das Volumen des Körpers.

Beachte dabei, dass FGTS ein Rechteck ist.

