KANTONSSCHULE
SCHAFFHAUSEN

Lösungen

1. Löse die Gleichungen nach *x* auf. Gib die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch an:

a) $$\frac{11x}{14} - \frac{3-4x}{21} = \frac{5}{6} \qquad |\cdot 42$$

$$33x - 2\cdot(3 - 4x) = 7\cdot 5$$

$$33x - 6 + 8x = 35$$

$$41x = 41$$

$$x = 1$$

b) $\left(4x-1\right)\cdot\left(x+3\right)-4x^2=1-3\cdot\left(x+13\right)$

$$4x^2+12x-x-3-4x^2=1-3x-39$$

$$11x-3=-3x-38$$

$$14x=-35$$

$$x=-\frac{35}{14}=-\frac{5}{2}=-2.5$$

2. a) Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich und schreibe das Ergebnis ohne Klammer:

$3a \cdot (b+2) - a \cdot (b \cdot 5) + (a-b)^2$

a) $3 \cdot a \cdot (b+2) - a \cdot (b \cdot 5) + (a-b)^2 = 3ab + 6a - 5ab + a^2 - 2ab + b^2$

$$= \underline{\underline{-4ab + 6a + a^2 + b^2}}$$

b) Kürze den Term so weit wie möglich: $\frac{6 \cdot (vw - v)}{10v^5} \cdot \frac{5v^2}{w^2 - 1}$

b) $\frac{6(v - vw)}{10v^5} \cdot \frac{5v^2}{1 - w^2} = \frac{6v \cdot (1-w) \cdot 5v^2}{10v^5 \cdot (1+w) \cdot (1-w)} = \underline{\underline{\frac{3}{v^2 \cdot (1+w)}}}$

c) Gegeben ist der Term $\frac{ab^2}{a^2+1}$.

Berechne mit dem Taschenrechner den Wert des Terms für

i. $a = -3$ und $b = 4$

ii. $a = \frac{1}{2}$ und $b = \frac{3}{2}$

c)

i. $\frac{(-3) \cdot 4^2}{(-3)^2 + 1} = \underline{\underline{-4.8}}$

ii. $\frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1} = \underline{\underline{0.9}}$

3. Fasse die angegebene Rechnung zusammen und gib das Ergebnis in der geforderten Masseinheit an.

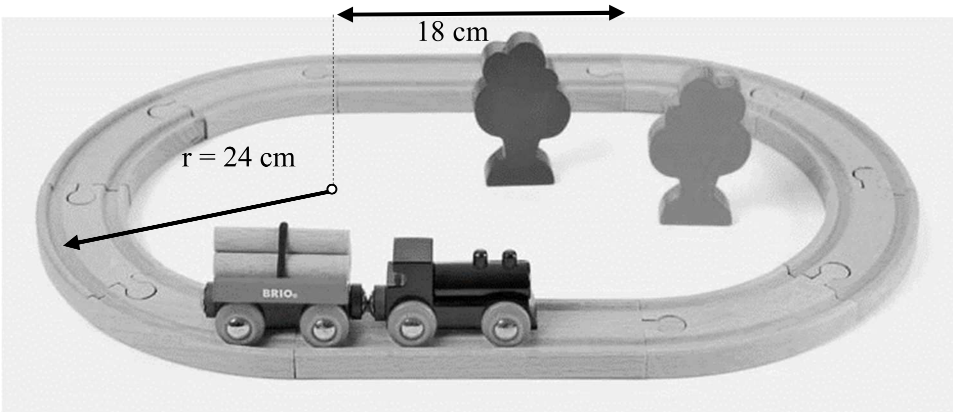
a) 7 m^3 – 100 Liter = … dm^3
b) 246 km/h + 600 m/h = … m/s

$$\text{a)}\ 7\,\mathrm{m}^3 - 100\,\mathrm{Liter} = 7\,000\,\mathrm{dm}^3 - 100\,\mathrm{dm}^3 = \underline{\underline{6\,900\,\mathrm{dm}^3}}$$

$$\text{b)}\ 246\,\mathrm{km/h} + 600\,\mathrm{m/h} = 246\,\mathrm{km/h} + 0.6\,\mathrm{km/h}$$

$$= 246.6\,\mathrm{km/h} = \tfrac{246.6}{3.6}\,\mathrm{m/s} = \underline{\underline{68.5\,\mathrm{m/s}}}$$

4. Lukas besitzt eine Holzspielzeugeisenbahn. Er hat damit eine Runde aufgebaut, welche aus zwei Geradenstücken mit zwei daran angesetzten Halbkreisen besteht. Das Geradenstück ist 18 cm lang. Der Radius *r* der äusseren Halbkreisschiene misst *r* = 24 cm.



a) Berechne die Länge einer ganzen Runde entlang der äusseren Schiene.
b) Die Räder des Zuges haben einen Durchmesser von 1.8 cm. Wie viele ganze Umdrehungen hat ein Rad auf der äusseren Schiene absolviert, wenn der Zug eine ganze Runde gefahren ist?

a) Länge einer Runde = 2 Geradenstücke + Kreisumfang

$= 2\cdot 18 + 2\pi\cdot 24 = 186.8$ cm

b) Radumfang $= \pi\cdot d = \pi\cdot 1.8 = 5.65$ cm

Anzahl Umdrehungen = Länge einer Runde / Radumfang

$= 186.8$ cm / 5.65 cm $= 33.06 \Rightarrow$ 33 ganze Umdrehungen.

5. Sechs Freunde – Benjamin, Fabian, Monika, Regula, Sonja und Timo – sind alle unterschiedlich gross: 157 cm, 162 cm, 165 cm, 170 cm, 176 cm und 181 cm.

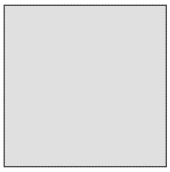
Sie diskutieren miteinander über ihre Grösse und halten dabei folgende 7 Aussagen fest:

1. Benjamin ist kleiner als Sonja, aber grösser als Regula.
2. Auch Fabian ist grösser als Regula.
3. Timo ist nicht kleiner als 176 cm.
4. Sonja ist grösser als Monika.
5. Benjamin ist nicht kleiner als Fabian
6. Monika ist grösser als 165 cm.
7. Timo ist grösser als Sonja.

Finde heraus, wer wie gross ist und trage die Namen der sechs Freunde zur passenden Grösse ein.

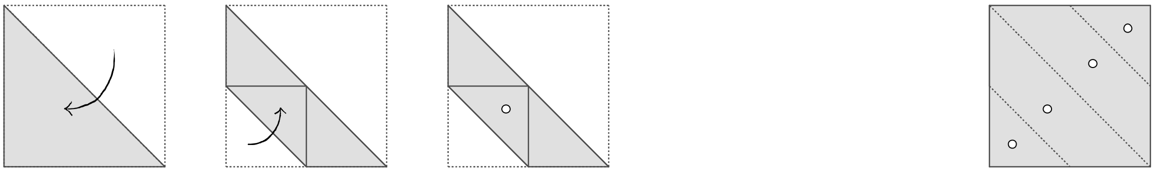
Grösse	157 cm	162 cm	165 cm	170 cm	176 cm	181 cm
Name	Regula	Fabian	Benjamin	Monika	Sonja	Timo

6. Ein quadratisches Stück Papier

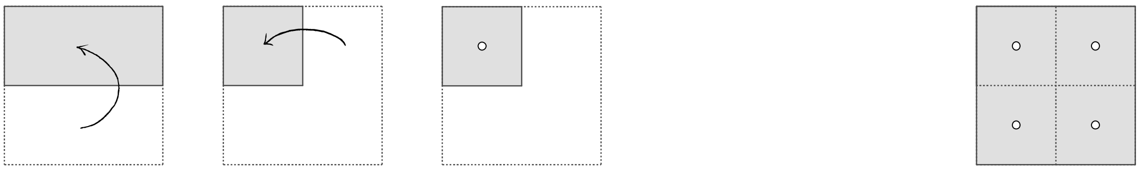


wird mehrmals gefaltet, dann an einer Stelle gelocht und schliesslich wieder aufgefaltet. Markiere in der rechten Spalte alle entstandenen Löcher in dem Stück Papier.

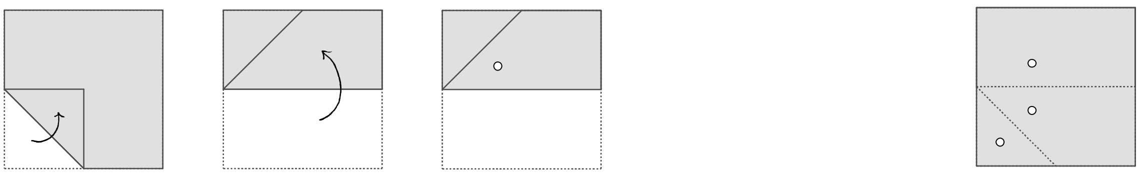
Beispiel:



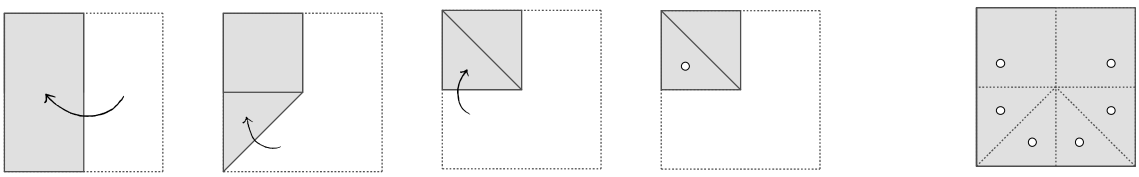
a)



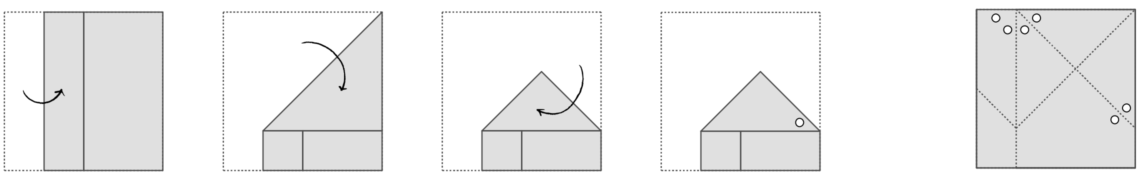
b)



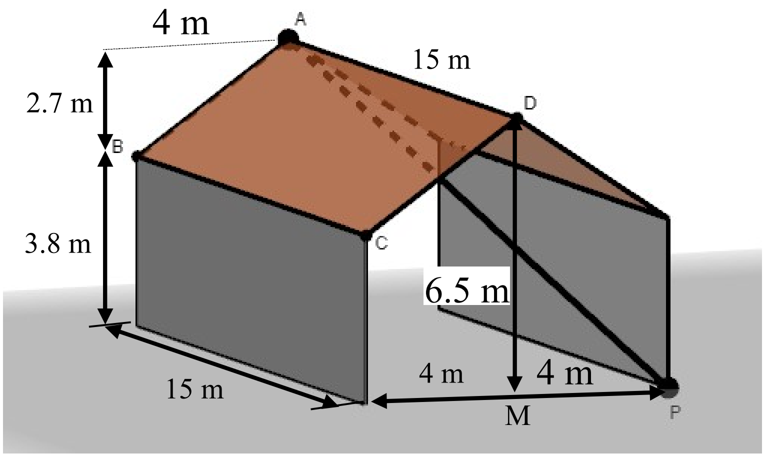
c)



d)



7. Eine Scheune ist 15 m lang, 8 m breit, 3.8 m hoch und sie hat ein Satteldach der Höhe 2.7 m.



a) Welchen Flächeninhalt hat die Dachfläche *ABCD*?

b) Wie lang muss ein Balken sein, der quer durch die Scheune vom Punkt *A* bis zum Punkt *P* reicht?

a) $AB = \sqrt{4^2 + 2.7^2} = 4.83$ m

$F_{ABPD} = AB \cdot BC = 4.83 \cdot 15 = 72.4$ m²

b) Höhe *DM* der Scheune: 2.7 m + 3.8 m = 6.5 m

$AP = \sqrt{AD^2 + DM^2 + MP^2} \quad \sqrt{15^2 + 6.5^2 + 4^2} = 16.83$ m

8. In den Sommermonaten fahren auf dem Rhein regelmässig Kursschiffe von Schaffhausen nach Stein am Rhein und auf dem Untersee weiter bis nach Steckborn.

a) Um 9:10 Uhr verlässt ein Kursschiff Schaffhausen und fährt rheinaufwärts nach Stein am Rhein, wo es um 11:15 Uhr ankommt. Es fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 9 km/h.
Wie gross ist die Entfernung zwischen Schaffhausen und Stein am Rhein?

b) Um 11:24 Uhr fährt das Schiff weiter nach Steckborn. Die Strecke auf dem Untersee nach Steckborn ist 10.4 km lang und das Schiff fährt jetzt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 16 km/h. Um welche Uhrzeit trifft es in Steckborn ein?

a) Das Schiff braucht 125 Minuten = $\frac{25}{12}$ Stunden.

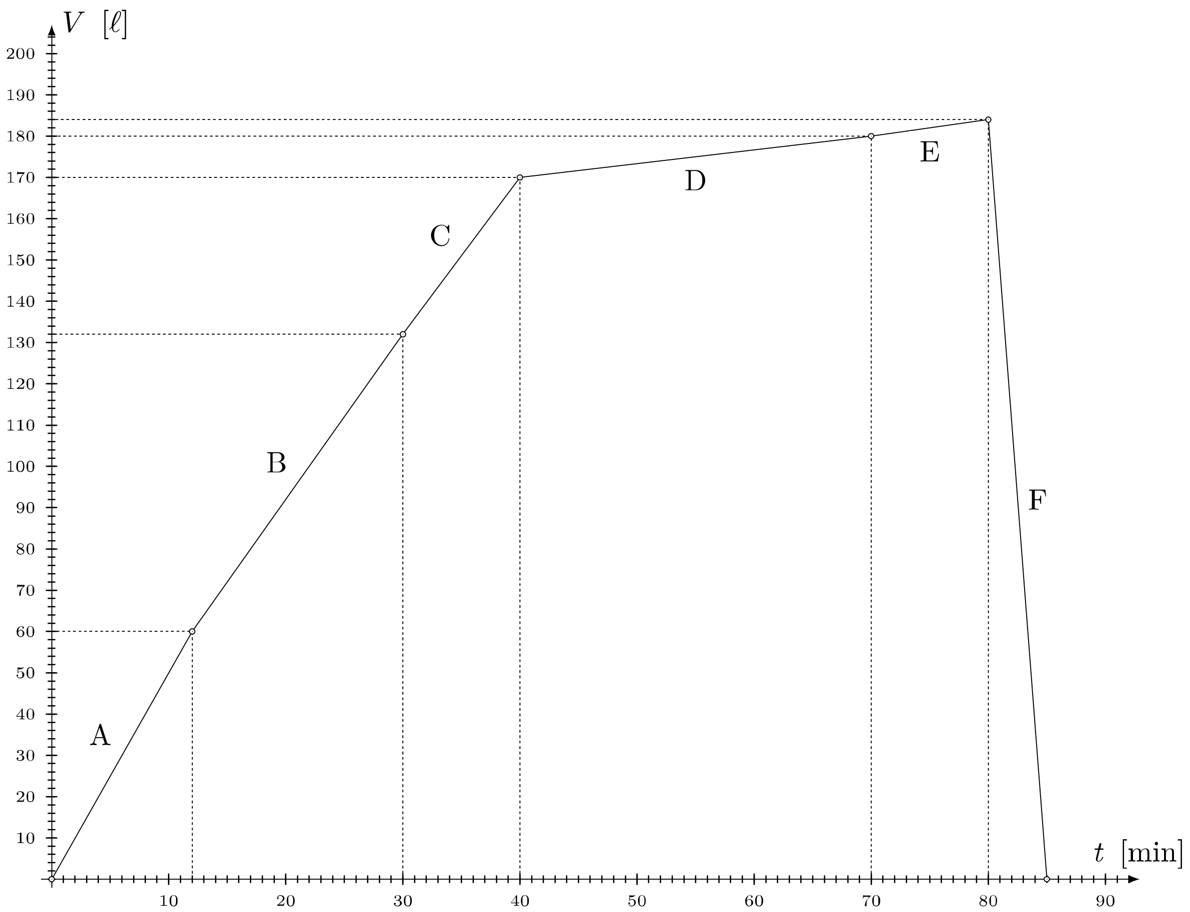
Die Strecke ist $s = v \cdot t = 9 \cdot \frac{25}{12} = 18.75$ km lang

b) Die Strecke nach Steckborn ist 10.4 km lang.

$t = \frac{s}{v} = \frac{10.4}{16} = 0.65$ Stunden = 39 Minuten

Das Schiff kommt um 12:03 Uhr in Steckborn an.

9. Eine anfangs leere Badewanne wird in verschiedenen Phasen A bis E mit Wasser gefüllt. Während jeder Phase ist die Zuflussgeschwindigkeit konstant. Das Diagramm zeigt den zeitlichen Verlauf des vorhandenen Wasservolumens V in Litern nachdem t Minuten seit Beobachtungsbeginn vergangen sind.



a) Ordne die Phasen A – E der korrekten Beschreibung zu.

- $\underline{\underline{\text{C}}}$ Es fliessen 3.8 Liter pro Minute in die Badewanne.
- $\underline{\underline{\text{A}}}$ Es fliessen $\frac{1}{12}$ Liter pro Sekunde in die Badewanne.
- $\underline{\underline{\text{D}}}$ Es fliessen $\frac{1}{3}$ Liter pro Minute in die Badewanne.
- $\underline{\underline{\text{B}}}$ Es fliessen 4 Liter pro Minute in die Badewanne.
- $\underline{\underline{\text{E}}}$ Es fliessen 0.4 Liter pro Minute in die Badewanne.

b) Beschreibe in Worten, was in Phase F passiert. Gib dabei auch die Geschwindigkeit an, mit der sich das Wasservolumen in dieser Phase verändert.

Das Wasser wird durch einen Abfluss aus der Badewanne abgelassen. Dabei fliessen $\frac{184\,\ell}{5\,\text{min}} = \underline{\underline{36.8}}$ Liter pro Minute aus der Badewanne ab.

10. Eine Handelsfirma kauft und verkauft Bitcoins. Sie verlangt 1.2% Gebühren des Kaufs- bzw. des Verkaufspreises. Frau Müller kauft eine einzelne Bitcoin zum Kurs von 37'050 Franken.

a) Welchen Betrag hat Frau Müller für den Kauf inklusive der Gebühr bezahlt?

b) Wieviel Prozent Gewinn macht Frau Müller - unter Berücksichtigung der bezahlten Gebühren beim Kauf und Verkauf - wenn sie die Bitcoin zum Kurs von 40'000 Fr. wieder verkauft?

c) Zu welchem Kurs müsste Frau Müller verkaufen, damit sie inklusive der Kosten für die Gebühren weder Gewinn noch Verlust macht?

a) Frau Müller hat $37\,050 \cdot 1.012 = \underline{\underline{37\,494.60}}$ Franken für den Kauf bezahlt.

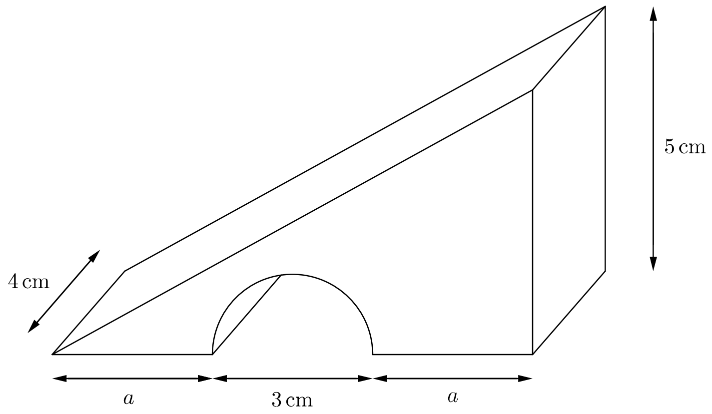
b) Die Einnahmen abzüglich Gebühren betragen $40\,000 \cdot 0.988 = 39\,520$ Franken. Der Gewinn beträgt also $39\,520 - 37\,494.60 = 2\,025.40$ Franken. Bezogen auf die Investition $37\,494.60$ entspricht dies

$$\frac{2\,025.40}{37\,494.60} \approx \underline{\underline{5.40\,\%}}$$

c) Gesucht ist der Kurs x, sodass $x \cdot 0.988 = 37\,494.60$. Also ist

$$x = \frac{37\,494.60}{0.988} = \underline{\underline{37\,950\,\text{Franken}}}$$

11. Der abgebildete Körper entstand aus einem dreiseitigen Prisma, in das ein gerades Loch in Form eines halben Zylinders gebohrt wurde.



a) Bestimme das Volumen des Körpers wenn *a* = 3 cm ist.

b) Wie gross muss *a* sein, damit das Volumen des Körpers 70 cm³ ist?

a) Bestimme das Volumen des Körpers wenn $a = 3\,\mathrm{cm}$ ist.

Das Prisma ist ein halber Quader und hat das Volumen $\frac{9 \cdot 5 \cdot 4}{2} = 90\,\mathrm{cm}^3$. Der ausgeschnittene Halbzylinder hat das Volumen $\frac{\pi \cdot 1.5^2 \cdot 4}{2} \approx 14.14\,\mathrm{cm}^3$. Also ist

$$V_{\text{Körper}} \approx 90 - 14.14 = \underline{\underline{75.86\,\mathrm{cm}^3}}$$

b) Wie gross muss a sein, damit das Volumen des Körpers $70\,\mathrm{cm}^3$ ist?

Gesucht ist a so, dass

$$\begin{aligned}
\frac{(3+2a) \cdot 5 \cdot 4}{2} - \frac{\pi \cdot 1.5^2 \cdot 4}{2} &= 70 && | \cdot 2 \\
(3+2a) \cdot 5 \cdot 4 - \pi \cdot 1.5^2 \cdot 4 &= 140 && | \cdot \mathrm{TU} \\
60 + 40a - 9\pi &= 140 && | - 60 + 9\pi \\
40a &= 80 + 9\pi && | : 10 \\
a &= \frac{80 + 9\pi}{40} \approx \underline{\underline{2.71\,\mathrm{cm}}}
\end{aligned}$$

12. Hühnereier kann man in 6er-Schachteln oder in 10er-Schachteln kaufen.
Eine Schachtel mit 6 Eiern kostet 3.90 Fr., eine Schachtel mit 10 Eiern kostet 5.80 Fr.

a) Jemand kauft x Schachteln mit 6 Eiern und y Schachteln mit 10 Eiern.
Stelle für die Gesamtkosten dieses Einkaufs einen Term auf, der die Variablen x und y enthält.

b) Man hat bereits x Schachteln mit 6 Eiern in seinem Einkaufswagen. Insgesamt möchte man z Eier kaufen. Stelle eine Formel auf, mit der man die Anzahl y der 10er Schachteln, die man jetzt noch benötigt, aus x und z berechnen kann.

c) Jemand kauft insgesamt 258 Eier und zahlt dafür 155.10 Fr.
Er hat x Schachteln mit 6 Eiern eingekauft.
Wie viele 6er Schachteln und wie viele 10er Schachteln hat er gekauft?
Stelle dazu eine Gleichung mit der Unbekannten x auf und löse sie.

a) Kosten $= 3.9 \cdot x + 5.8 \cdot y$

b) In den x kleinen Schachteln hat es bereits $6x$ Eier

Man braucht noch $z - 6x$ Eier. Weil 10 Eier in einer grossen Schachtel sind, benötigt man noch

$y = \dfrac{z - 6x}{10}$ grosse Schachteln

c) Kosten $= 3.9 \cdot x + 5.8 \cdot y = 155.10$ (siehe a))

wegen b) ist $y = \dfrac{258 - 6x}{10}$

$$\Rightarrow\ 3.9x + 5.8 \cdot \frac{258 - 6x}{10} = 155.10 \qquad |\cdot 10$$

$$39x + 5.8 \cdot (258 - 6x) = 1551$$

$$39x + 1496.4 - 34.8x = 1551$$

$$4.2x = 54.6$$

x = 13 Schachteln mit 6 Eiern

y = 18 Schachteln mit 10 Eiern