KANTONSSCHULE SCHAFFHAUSEN

Aufnahmeprüfung 2022
FMS
Mathematik

Zeit: 2 Stunden

Rechner: TI30/TI34 oder vergleichbare

Hinweis: Der Lösungsweg soll direkt auf das Aufgabenblatt geschrieben werden. Er muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte vergeben.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**Summe**
Punktzahl	4	4	4	4	3	4	4	3	3	4	4	4	45

LÖSUNGEN

KANTONSSCHULE SCHAFFHAUSEN

Aufnahmeprüfung 2022
FMS
Mathematik

Vorname: ____________________ **Name:** ____________________

Prüfungsklasse: __________

Aufgabe 1

a) Löse die Gleichung nach x auf und schreibe die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch.

$$\frac{x-1}{3}\cdot 5 = 1-\frac{3-2x}{2}$$

$$\begin{aligned}
\frac{x-1}{3}\cdot 5 &= 1-\frac{3-2x}{2} && \mid \cdot 6\\
(x-1)\cdot 10 &= 6-(3-2x)\cdot 3 && \mid \text{TU}\\
10x-10 &= 6x-3 && \mid +10-6x\\
4x &= 7 && \mid :7\\
x &= \underline{\underline{\tfrac{7}{4}}}
\end{aligned}$$

b) Löse die Gleichung nach x auf und schreibe die Lösung als ganze Zahl oder als gekürzten Bruch.

$$(x+6)\cdot(3-4x)+(2x-1)^2=9$$

$$\begin{aligned}
(x+6)\cdot(3-4x)+(2x-1)^2 &= 9 && \mid \text{TU}\\
3x-4x^2+18-24x+4x^2-4x+1 &= 9 && \mid \text{TU}\\
-25x+19 &= 9 && \mid -19\\
-25x &= -10 && \mid :(-25)\\
x &= \tfrac{-10}{-25}\\
&= \underline{\underline{\tfrac{2}{5}}}
\end{aligned}$$

Aufgabe 2

a) Kürze den Term so weit wie möglich: $\frac{4a-4b}{15} : \frac{(a^2-b^2)\cdot 6}{10a} =$

$$\begin{aligned}\frac{4a-4b}{15} : \frac{(a^2-b^2)\cdot 6}{10a} &= \frac{4a-4b}{15}\cdot\frac{10a}{(a^2-b^2)\cdot 6}\\ &= \frac{4\cdot(a-b)\cdot 2\cdot 5\cdot a}{3\cdot 5\cdot(a+b)\cdot(a-b)\cdot 2\cdot 3} = \underline{\underline{\frac{4a}{9(a+b)}}}\end{aligned}$$

b) Vereinfache und kürze so weit wie möglich: $(9s)^3\cdot(6st)^{-2} =$

$$(9s)^3\cdot(6st)^{-2} = 729s^3\cdot\frac{1}{36s^2t^2} = \underline{\underline{\frac{81s}{4t^2}}}$$

Aufgabe 3

Auf einem Marktstand werden Birnen am Freitag 10 % günstiger angeboten als am Donnerstag. Am Samstag wird der Preis im Vergleich zum Freitag ein weiteres mal um 20 % reduziert.

a) Was war der Kilopreis am Donnerstag, wenn der Kilopreis am Freitag um 55 Rappen geringer ist als am Donnerstag?

b) Um wie viel Prozent günstiger sind Birnen am Samstag im Vergleich zum Donnerstag?

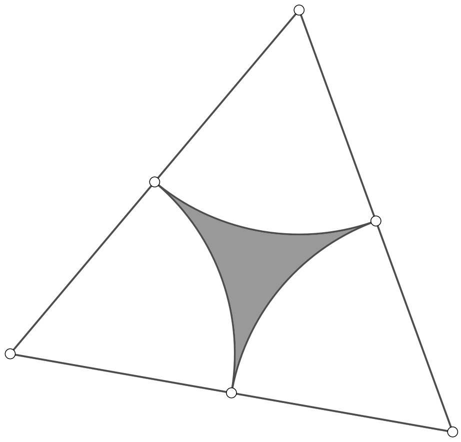
a) x: Kilopreis am Donnerstag in Franken.

$$0.1 \cdot x = 0.55 \quad \Longrightarrow \quad x = \underline{\underline{5.50}}$$

b) Der Preis am Samstag beträgt $0.8 \cdot 0.9 = 0.72 = 72\,\%$ des Preises am Donnerstag. Somit ist der Preis um $\underline{\underline{28\,\%}}$ günstiger geworden.

Aufgabe 4

Abgebildet ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $s = 10\,\text{cm}$, aus dem drei gleich grosse Kreisteile abgeschnitten wurden. Die Kreismittelpunkte sind die Ecken des Dreiecks.



a) Bestimme den Umfang der übrig gebliebenen grauen Figur.

b) Bestimme den Flächeninhalt der übrig gebliebenen grauen Figur.

a) Der Innenwinkel im gleichseitigen Dreieck beträgt 60°. Folglich besteht der Umfang aus 3 Sechstel-Kreisbögen, also insgesamt einem Halbkreisbogen vom Radius $r = 5\,\text{cm}$.

$$U = \frac{2\pi \cdot 5}{2} \approx \underline{\underline{15.71\,\text{cm}}}$$

b) Höhe des gleichseitigen Dreiecks: $h = \sqrt{10^2 - 5^2} \approx 8.66\,\text{cm}$.

$$F = F_{\text{Dreieck}} - F_{\text{Halbkreis}} = \frac{10 \cdot 8.66}{2} - \frac{\pi \cdot 5^2}{2} \approx \underline{\underline{4.03\,\text{cm}^2}}$$

Aufgabe 5

Es wird ein Ski-Rennen mit den vier Teilnehmern Beat, Daniel, Marco und Ramon ausgetragen. Experten geben folgende Prognosen ab:

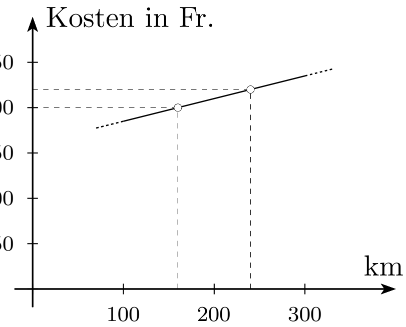
- "Entweder Beat, Daniel oder Marco wird gewinnen."
- "Wenn Ramon Zweiter wird, dann gewinnt Daniel."
- "Marco und Ramon werden sich unter den ersten Drei befinden."
- "Wenn Beat Letzter wird, dann gewinnt Marco nicht.
- "Entweder Beat oder Ramon wird Dritter."

Nach dem Rennen stellen die Experten verblüfft fest, dass sie alle Recht hatten. Gib die drei möglichen Rangfolgen der Fahrer an, die mit allen Prognosen übereinstimmen.

1. Platz	2. Platz	3. Platz	4. Platz
Daniel	Marco	Ramon	Beat
Beat	Marco	Ramon	Daniel
Marco	Beat	Ramon	Daniel

Aufgabe 6

Die Firma *Limo-Rent* vermietet Limousinen. Der Preis setzt sich aus einer Grundtaxe und einem festen Betrag pro gefahrenem Kilometer zusammen. Für 160 gefahrene Kilometer ergeben sich damit Kosten von 200 Franken, für 240 gefahrene Kilometer sind es 220 Franken (siehe Graphik nebenan).



a) Wie gross ist die Steigung der eingezeichneten Geraden?

$$a = \frac{\Delta \text{Kosten}}{\Delta \text{gefahrene km}} = \frac{220-200}{240-160} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4} = \underline{\underline{0.25}}$$

b) Wie gross ist die Grundtaxe für eine Limousinenmiete?

Es sei G die Grundtaxe für eine Limousinenmiete. Dann gilt folgender Zusammenhang zwischen gefahrenen Kilometern s und Kosten K:

$$K = 0.25s + G$$

Weil man für 160 gefahrene Kilometer 200 Franken bezahlt, muss also folgendes gelten:

$$200 = 0.25 \cdot 160 + G$$

Auflösen dieser Gleichung nach G liefert

$$G = 200 - 0.25 \cdot 160 = 160$$

Die Grundtaxe beträgt also $\underline{\underline{160\,\text{Franken}}}$.

c) Jemand möchte 300 Franken für eine Limousinenmiete mit seinen Freunden ausgeben. Wie weit kann er mit diesem Betrag fahren?

Wie oben gilt

$$K = 0.25s + 160$$

Für Kosten vom 300 Franken also

$$300 = 0.25s + 160$$

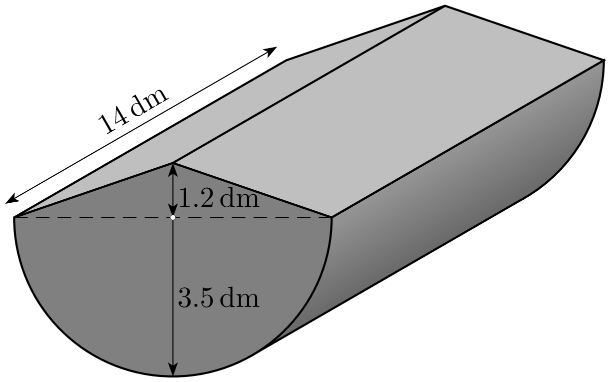
Auflösen nach s liefert

$$s = \frac{300-160}{0.25} = 560$$

Mit 300 Franken kann man also $\underline{\underline{560\,\text{km}}}$ weit fahren.

Aufgabe 7

Der unten abgebildete Körper ist zusammengesetzt aus einem halben Kreiszylinder mit Radius 3.5 dm und Höhe 14 dm und einem dreiseitiges Prisma dessen Höhe ebenfalls 14 dm misst. Die Grundfläche des Prismas ist ein gleichschenkliges Dreieck mit Höhe 1.2 dm.



a) Wie gross ist das Volumen des Körpers?

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{Halbzylinder}} + V_{\text{Prisma}} \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot \pi \cdot (3.5)^2 \cdot 14 + \frac{7 \cdot 1.2}{2} \cdot 14 \\ &= 269.4 + 58.8 \qquad = \underline{\underline{328.2\,\text{dm}^3}} \end{aligned}$$

b) Wie gross ist der Oberflächeninhalt des Körpers?

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot A_{\text{Halbkreis}} + 2 \cdot A_{\text{Dreieck}} + \tfrac{1}{2} M_{\text{Zylinder}} + 2 \cdot A_{\text{Rechteck}} \\ &= 2 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \pi \cdot (3.5)^2 + 2 \cdot \tfrac{7 \cdot 1.2}{2} + \tfrac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3.5 \cdot 14 + 2 \cdot \sqrt{3.5^2 + 1.2^2} \cdot 14 \\ &= 38.5 + 8.4 + 153.9 + 103.6 \qquad = \underline{\underline{304.4\,\text{dm}^2}} \end{aligned}$$

Aufgabe 8

Für ein kleines Musik-Festival konnte man entweder 1-Tages-Tickets für 59 Franken oder 2-Tages-Tickets für 98 Franken kaufen. Insgesamt wurden 817 Tickets verkauft. Der Veranstalter nahm durch den Ticket-Verkauf insgesamt 67 898 Franken ein.

Wie viele 1-Tages- und wie viele 2-Tages-Tickets wurden verkauft?
Die Aufgabe muss mit einer Gleichung gelöst werden.

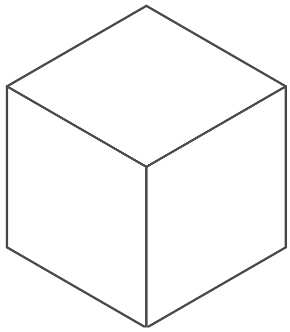
$$\begin{aligned} x &= \text{Anzahl 1-Tages-Tickets} \\ 817 - x &= \text{Anzahl 2-Tages-Tickets} \end{aligned}$$

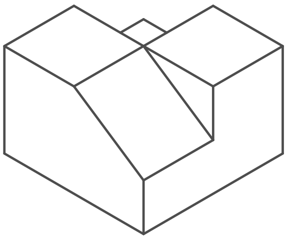
$$\begin{aligned} 59x + 98(817 - x) &= 67898 \\ 59x + 80066 - 98x &= 67898 \\ 39x &= 12168 \\ x &= 312 \end{aligned}$$

Es wurden also $\underline{\underline{\text{312 1-Tages-}}}$ und $\underline{\underline{\text{505 2-Tages-Tickets}}}$ verkauft.

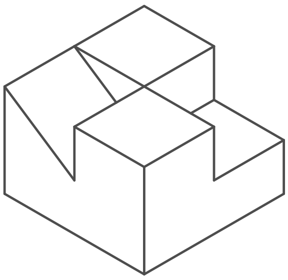
Aufgabe 9

Jeweils zwei der Teile A)–H) lassen sich zum nebenstehenden Würfel zusammenstecken. Gib alle vier passenden Paare an.

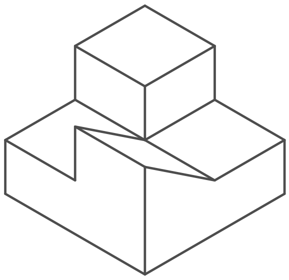




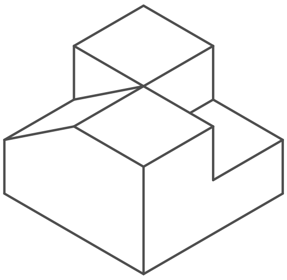
A)



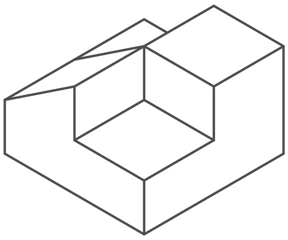
B)



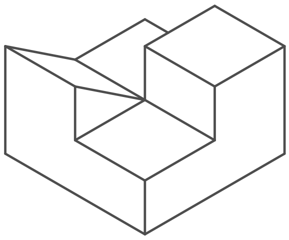
C)



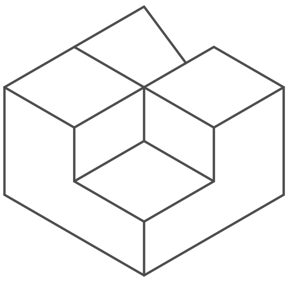
D)



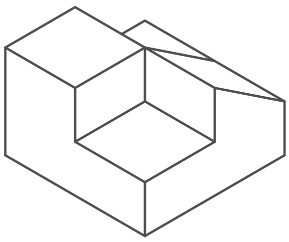
E)



F)



G)



H)

A–C, B–H, D–F und E–G

Aufgabe 10

Wir gehen davon aus, dass jede Olympia-Medaille ein Volumen von $27\,\mathrm{cm}^3$ hat. Das Gewicht von $1\,\mathrm{m}^3$ Silber beträgt $10\,500\,\mathrm{kg}$.

a) Die olympische Silbermedaille besteht aus massivem Silber. $1\,\mathrm{kg}$ Silber kostet momentan 709.80 Franken. Wie hoch ist demzufolge der Materialwert in Franken einer olympischen Silbermedaille?

$m_{\text{Silbermedaille}} = 0.000027\,\mathrm{m}^3 \cdot 10500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 0.2835\,\mathrm{kg}$

$\text{Materialwert} = 0.2835\,\mathrm{kg} \cdot 709.80\frac{\mathrm{Fr.}}{\mathrm{kg}} = \underline{\underline{201.25\,\text{Franken}}}$

b) Die olympische Goldmedaille besteht im Innern aus massiven Silber, hat aber einen Überzug aus reinem Gold, der $5\,\%$ des Volumens der Medaille ausmacht. Sie wiegt $295.4\,\mathrm{g}$. Wie schwer (in kg) ist $1\,\mathrm{m}^3$ Gold?

$$V_{\text{Gold}} = 0.05 \cdot 0.000027\,\mathrm{m}^3 = 0.00000135\,\mathrm{m}^3$$

$$m_{\text{Gold}} = 0.2954\,\mathrm{kg} - 0.95 \cdot 0.000027\,\mathrm{m}^3 \cdot 10500\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 0.026075\,\mathrm{kg}$$

$$\rho_{\text{Gold}} = \frac{0.026075\,\mathrm{kg}}{0.00000135\,\mathrm{m}^3} = \underline{\underline{19314.8\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}}$$

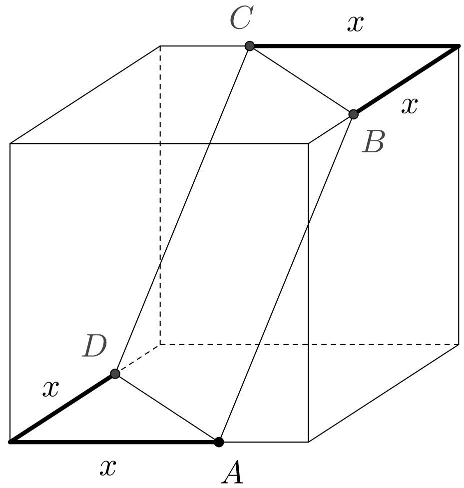
Aufgabe 11

In einem Würfel der Seitenlänge $s = 5.6\,\text{cm}$ werden von zwei gegenüberliegenden Ecken jeweils gleich lange Strecken x wie in der Abbildung abgetragen. Für jede Wahl von x entsteht so ein Rechteck $ABCD$.

a) Bestimme die Seitenlängen AD und AB des Rechtecks, falls $x = 4\,\text{cm}$ ist.

b) Drücke die Seitenlänge AB allgemein durch die Variable x aus.

c) Für einen bestimmten Wert von x ist $ABCD$ ein Quadrat. Bestimme diesen Wert auf eine Nachkommastelle genau durch systematisches Ausprobieren von möglichen Werten.



a) $AD = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} \approx 5.66\,\text{cm}$, $AB = \sqrt{1.6^2 + 1.6^2 + 5.6^2} \approx \underline{\underline{6.04\,\text{cm}}}$

b) $AB = \sqrt{(5.6 - x)^2 + (5.6 - x)^2 + 5.6^2} = \underline{\underline{\sqrt{2 \cdot (5.6 - x)^2 + 5.6^2}}}$

c) Aus a) ist ersichtlich, dass x grösser als $4\,\text{cm}$ gewählt werden muss.

- $x = 4.1\,\text{cm}$: $AD = \sqrt{4.1^2 + 4.1^2} \approx 5.80\,\text{cm}$, $AB = \sqrt{2 \cdot 1.5^2 + 5.6^2} \approx 5.99\,\text{cm}$
- $x = 4.2\,\text{cm}$: $AD = \sqrt{4.2^2 + 4.2^2} \approx 5.94\,\text{cm}$, $AB = \sqrt{2 \cdot 1.4^2 + 5.6^2} \approx 5.94\,\text{cm}$

Also ist $x = \underline{\underline{4.2\,\text{cm}}}$ der gesuchte Wert.

Aufgabe 12

Der Abfahrtslauf der Herren bei den Olympischen Spielen 2022 hatte eine Länge von 3152 m. Als letzter wurde der Chinese Xu Mingfu klassiert, er erreichte immerhin eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 97.04 km/h. Der Sieger Beat Feuz benötigte für seine Fahrt 1 Minute und 42.69 Sekunden.

a) Wie lange in Minuten und Sekunden brauchte Xu Mingfu für seine Fahrt?

$$v_{\text{Mingfu}} = \frac{97040\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = 26.96\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_{\text{Mingfu}} = \frac{s}{v_{\text{Mingfu}}} = \frac{3152\,\text{m}}{26.96\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 116.93\,\text{s} = \underline{\underline{\text{1 Minute und 56.93 Sekunden}}}.$$

b) Im mittleren Teil der Strecke befindet sich der Steilhang, in welchem Beat Feuz während 14 Sekunden eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 132 km/h erreichte. Bestimme die Länge des Steilhangs sowie die Durchschnittsgeschwindigkeit von Beat Feuz auf dem Rest der Strecke.

$$v_{\text{Steilhang}} = \frac{132000\,\text{m}}{3600\,\text{s}} = 36.67\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s_{\text{Steilhang}} = v_{\text{Steilhang}} \cdot t_{\text{Steilhang}} = 36.67\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 14\,\text{s} = \underline{\underline{513.3\,\text{m}}}$$

$$s_{\text{Rest}} = 3152\,\text{m} - 513.3\,\text{m} = 2638.67\,\text{m}$$

$$v_{\text{Rest}} = \frac{s_{\text{Rest}}}{t_{\text{Rest}}} = \frac{2638.67\,\text{m}}{102.69\,\text{s} - 14\,\text{s}} = 29.75\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{107.1\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}}}$$