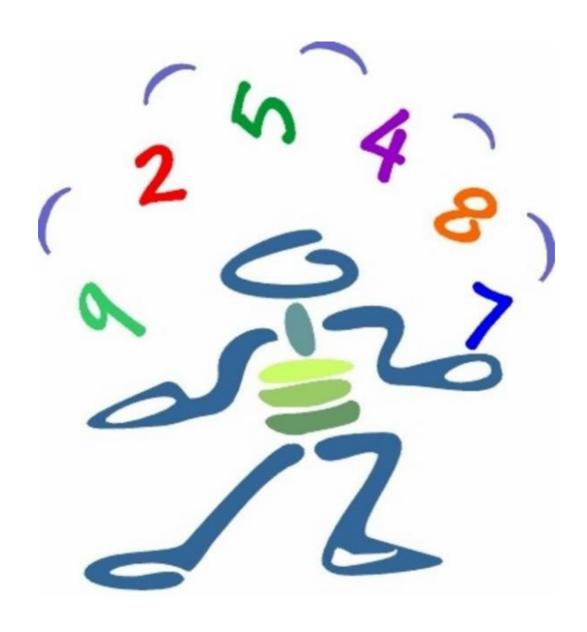
# Kantiprüfungsvorbereitung

basierend auf den Kanti- und DMS/FMS Prüfungen in SH von 1987-2012

# Teil 8: Volumenberechnungen und Wasserstandsaufgaben



Version August 2013 – verf. v. Adrian Christen

SchulArena.com

# Teile der Kantiprüfungsvorbereitung:

1	Terme, Termumformungen, Gleichungen, Bruche
2	Vom Text zur Gleichung
3	ggt und kgV
4	Prozentrechnen
5	Konstruktionsaufgaben
6	Winkelberechnungen
7	Flächenberechnungen
8	Volumenberechnungen und Wasserstandaufgaben
9	Geschwindigkeitsaufgaben
10	Verschiedenes

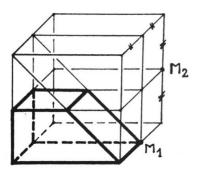
Zu den Aufgaben in diesem Dossier:

K1, K2, K3 etc. = Aufgaben Aufnahmeprüfung Kanti D3, D4, D5 etc. = Aufgaben Aufnahmeprüfung DMS (bis 2006) F4, F5, F6 etc. = Aufgaben Aufnahmeprüfung FMS (ab 2007)

# Volumenberechnungen und Wasserstandaufgaben

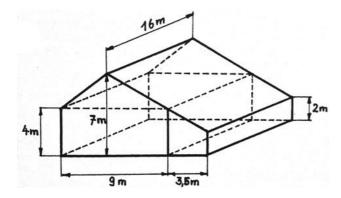
#### 1987:

D1.  $M_1$  und  $M_2$  sind Kantenmitten. Welches Volumen hat der im Würfel stehende Körper? Die Würfelkante a = 2,4cm.

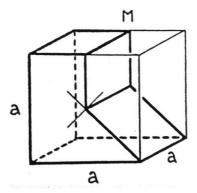


#### 1989:

D2. Berechne das Volumen der abgebildeten Scheune.



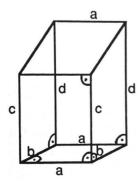
D3. Berechne das Volumen des aus dem Würfel mit der Kantenlänge a=6,4cm herausgeschnittenen, in der Figur dick eingezeichneten Körpers:



#### 1992:

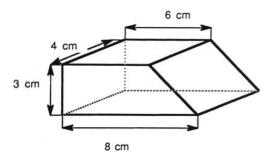
K4. Ein quaderförmiges Gefäss mit den Grundseiten a=10cm und b=15cm kann genau 3 Liter fassen. Wie hoch ist das Gefäss?

D5. Berechne Oberfläche und Volumen des abgebildeten Prismas:



- a = 25cm
- b = 24cm
- c = 36cm
- d = 46cm

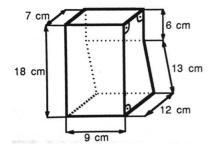
K6. Berechne das Volumen:



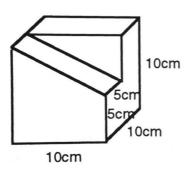
#### 1995:

K7. Wie viele cm misst die Kantenlänge eines Würfels, dessen Oberfläche und Volumen die gleiche Masszahlen haben?

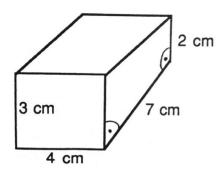
K8. Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen des senkrechten Prismas:



D9. Einem Würfel wurde ein Stück abgeschnitten. Wie gross ist das Volumen des Körpers jetzt noch?



D10. Die Grundfläche des Körpers ist ein Rechteck mit den Seiten 7cm und 4cm. Die Seitenkanten stehen senkrecht zur Grundfläche und messen 3cm und 2cm. Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt des Körpers.



# Lösungen Volumenberechnungen und Wasserstandaufgaben 1987-1995:

- D1. 2,592 cm<sup>3</sup>
- D1. 2,592 cm<sup>-1</sup>

960m<sup>3</sup>

- D3. 163,84cm<sup>3</sup>
- K4. 20cm

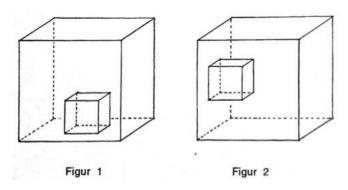
D2.

D5.  $S=5268cm^2 / V=24,6cm^3$ 

- K6. 84cm<sup>3</sup>
- K7. 6cm
- K8.  $O=S=816cm^2 / V=1404cm^3$
- D9. 875cm<sup>3</sup>
- D10. S=O=111,28cm<sup>2</sup> / V=70cm<sup>3</sup>

K1. Einem geschlossenen Glaswürfel mit der Kantenlänge a = 8cm ist der Bodenfläche genau in der Mitte ein kleiner Aluminiumwürfel mit der Kantenlänge b = 3cm angeheftet (siehe Figur 1).

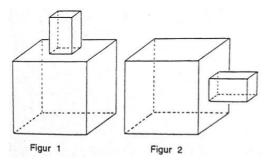
Der grössere Würfel ist bis zur Höhe h = 5cm mit Wasser gefüllt. Dann wird der grössere Würfel umgekippt, sodass eine Seitenfläche zur Bodenhälfte wird (siehe Figur 2).



Wie tief steht jetzt der kleinere Würfel im Wasser?

D2. Eine zylinderförmige Konservendose hat einen Inhalt von 1200cm<sup>3</sup> Wieviel Blech braucht man für die Herstellung einer solchen Dose, wenn sie 15cm hoch sein soll?

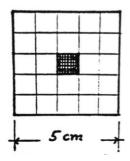
K3. Der Flaschenkörper einer Likörflasche ist würfelförmig mit Kantenlänge 10cm. Der Flaschenhals ist ein quader mit quaratischer Grundfläche der Seitenlänge 3cm und Höhe 5 cm (siehe Figur 1). Die oben geschlossene Flasche ist noch bis zu einer Höhe von 6cm mit Likör gefüllt. Nun wird sie auf die Seite gekippt (siehe Figur 2).



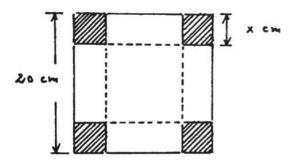
Wie hoch steht die Flüssigkeit im Flaschenhals?

#### 1998:

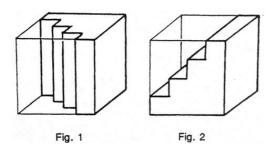
K4. Einem Würfel mit der Kantenlänge 5cm wird von der Mitte jeder Seitenfläche aus ein quaderförmiges Loch herausgebohrt. Jede Seitenfläche sieht dann so aus, wie es die Figur zeigt. Berechne das Volumen des durchbohrten Würfels.



- K5. Einem quadratischen Stück Karton mit der Seitenlänge 20cm werden an den Ecken quadratische Stücke der Seitenlänge x cm weggeschnitten. Aus dem Reststück wird durch Falten entlang der gestrichelten Linie eine oben offene Schachtel hergestellt (siehe Figur).
  - a) Stelle mit Hilfe von x eine Formel für das Volumen V der Schachtel auf, d.h. drücke V durch x aus.
  - b) Ermittle durch Probieren mit dem Taschenrechner x auf eine Stelle nch dem Komma so, dass das Volumen V möglichst gross wird.

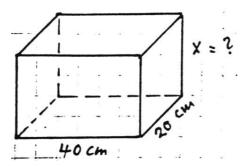


K6. In einem Plexiglaswürfel der Kantenlänge 20cm ist ein treppenförmiger Holzklotz eingebaut (siehe Figur 1).



Der Zwischenraum zwischen Klotz und Würfel ist zum Teil mit Wasser gefüllt. Die Wasseroberfläche liegt 13cm über der Bodenfläche das Würfels. Dann wird der Würfel gemäss Figur 2 auf den Tisch gestellt. Wie hoch steht nun das Wasser über der Bodenfläche des Würfels?

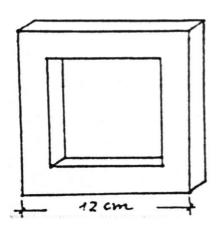
D7. Ein quaderförmiger Eimer soll 30 Liter Wasser fassen. Wie hoch muss er mindestens sein?



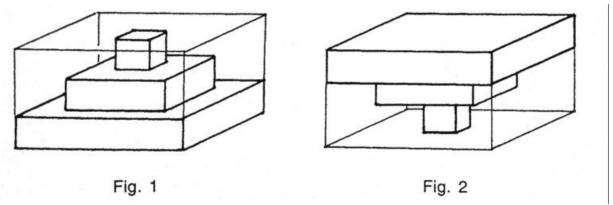
### 1999:

K8. Ein Aluminiumwürfel mit 1cm Kantenlänge wird zu einer quadratischen Folie von 10cm Seitenlänge ausgewalzt. Wie dick wird die Folie? (Resultat in Milimetern und als Dezimalbruch!)

K9. Aus Holzlatten mit einem quadratischen Querschnitt von 2cm x 2cm wird ein quadratischer Rahmen mit der äusseren Seitenlänge von 12cm hergestellt (siehe Figur). Berechne das Volumen des Holzkörpers.



K10. Ein Plexiglasquader mit quadratischer Grundfläche hat Grunkanten, die 15cm lang sind und eine Höhe von 9cm. Darin befindet sich ein stufenförmiger, pyramidenartiger Holzklotz (siehe Figur 1). Der Holzklotz ist so hoch wie der Quader, alle "Treppenstufen" sind gleich hoch gleich tief – das oberste Klötzchen ist ein Würfel.



Der Zwischenraum zwischen Klotz und Quader ist zum Teil mit Wasser gefüllt. Die Wasseroberfläche liegt 8cm über der Bodenfäche des Quaders. Dann wird der Quader gemäss Figur 2 auf den Kopf gestellt.

Wie hoch steht nun das Wasser über der Bodenfläche des Quaders?

D11. Ein Holzquader hat die Länge 5dm, die Breite 3dm und die Höhe 2 dm. Er wiegt 15kg. Wie schwer ist ein Würfel mit der Kantenlänge 3dm vom gleichen Holz?

## Lösungen Volumenberechnungen und Wasserstandaufgaben 1996-1999 :

K1. 
$$\frac{133}{55}$$
 cm  $\approx 2,42$  cm

K3. 
$$\frac{50}{23}$$
 cm  $\approx 2,17$ cm

K5. 
$$V=(20-2x)^2 \cdot x$$
  
 $V_{max.}$  für x=3.3cm

D7. 
$$h = 3.75dm$$

K8. 
$$\frac{1}{10}mm = 0.1$$
mm

#### 2000:

K1. In einen quaderförmigen Brunnentrog von der Länge l=2m und der Breite b=1,25m fliessen 10Liter Wasser pro Minute. Wie hoch steigt der Wasserspiegel in einer Minute? (Resultat in Millimetern angeben)

K2. Ein Plexiglaswürfel hat eine Kantenlänge von 9cm. An der Hinterwand ist ein Holzkreuz mit einem Loch im Zentrum bestehend aus vier gleich grossen Würfeln befestigt (siehe Figur 1). Der Würfel ist bis auf halber Höhe mit Wasser gefüllt.

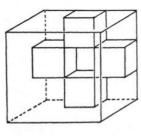


Fig. 1

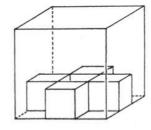


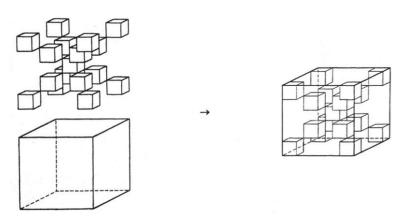
Fig. 2

Der Würfel wird nun umgekippt: siehe Figur 2.Wie hoch steht nun das Wasser über der Bodenfläche des Würfels?

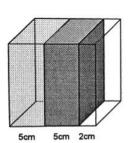
D3. Ein Getränk soll statt in zylinderförmige Dosen (r=3cm, h=10cm) in quaderförmige Dosen mit quadratischer Grundfläche (Grundkante = 6cm) und gleichem Inhalt abgefüllt werden. Berechne den Oberflächeninhalt der quaderförmigen Dosen.

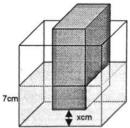
#### 2001:

K4. Ein oben offener Würfel hat die Kantenlänge 10cm. Er ist bis zur halben Höhe mit Wasser gefüllt. Nun wird von oben her ein Gebilde, bestehend aus 17 gleichen, kleineren Holzwürfeln in den grossen Würfel geschoben (vgl. Zeichnung unten). Wie hoch steht nun das Wasser im grossen Würfel?

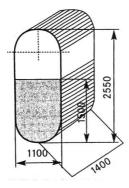


- K5. In einen Würfel mit der Kantenlänge 12cm ist ein Quader so platziert, dass er den Würfel in zwei voneinander getrennte Kammern teilt. Die Linke Kammer wird randvoll mit Wassergefüllt. Anschliessend wird der Quader angehoben, so dass das Wasser auch in die rechte Kammer fliessen kann.
  - Um wie viel cm muss der Quader angehoben warden, so dass das Wasser in beiden Kammern schliesslich 7cm hoch steht?

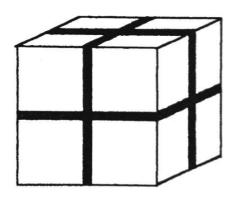




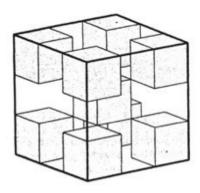
D6. In einem Öltank wird eine Füllhöhe von 1,5m gemessen. Wie viele Liter Öl lagern noch im Tank?

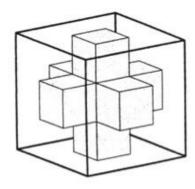


K7. Ein Würfel mit der Kantenlänge 20mm wird durch drei Schnitte mit einer Säge in kleinere, gleich grosse Würfel zerlegt (siehe Figur). Das Sägeblatt hat eine Dicke von 2mm. Wie viele mm³ des Würfels werden zu Sägemehl?



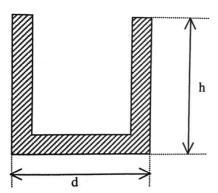
K8. Betrachte die beiden untenstehenden Figuren. Sie zeigen zwei gleich grosse Plexiglaswürfel mit einer Kantenlänge von 30cm. Der Würfel links enthält neun kleinere Holzwürfel mit Kantenlänge je 10cm, im Würfel rechts sind sieben Holzwürfel, auch mit Kantenlänge 10cm. Aus den Zeichnungen wird ersichtlich, wie die Holzwürfel im Plexiglaswürfel angeordnet sind. Der Plexiglaswürfel links ist bis zu oberst mit Wasser gefüllt, der Würfel rechts enthält kein Wasser.





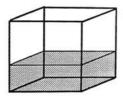
Nun wird die Hälfte des Wassers aus dem Würfel links in den Würfel rechts gegossen. Wie hoch steht jetzt das Wasser im Würfel rechts?

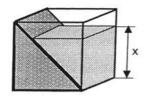
- D9. Die Figur zeigt einen Schnitt durch ein Trinkglas. Der Aussendurchmesser beträgt d=7,2cm, die Höhe h=10cm. Die Wandstärke des Glases ist überall 0,3cm.
  - a) Wie viele cm³ Flüssigkeit kann das Trinkglas fassen?
  - b) Wie schwer ist das leere Glas? (Dichte von Glas:  $\rho = 2.6 \ g/cm^3$  )



K10. Ein Quader aus Gold mit der Länge 3cm, der Höhe 1cm und der Breite 2,5cm wird zu einem rechteckigen Plättchen mit der Länge 25cm und der Breite 10cm gehämmert. Wie dick wird das Plättchen? (Resultat in mm und als Dezimalzahl).

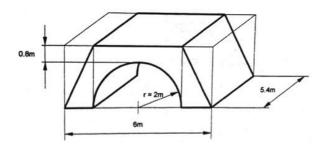
K11. Der abgebildete Würfel hat die Kantenlänge 8cm; er ist zu  $\frac{5}{16}$  mit Wasser gefüllt (siehe Abbildung links). Dann wird ein Keil in den Würfel gelegt, ohne dass dabei Wasser ausfliesst (siehe Abbildung rechts). Wie hoch steigt nun das Wasser im Würfel?





D12. Ein Quader hat die Länge  $I=40\,\mathrm{cm}$ , die Breite  $b=30\,\mathrm{cm}$  und die Höhe  $h=20\,\mathrm{cm}$ . Gib den Rauminhalt in Litern und in  $m^3$  an.

D13. Wie viele m³ Beton sind nötig, um die abgebildete Brücke mit halbkreisförmiger Öffnung zu bauen?



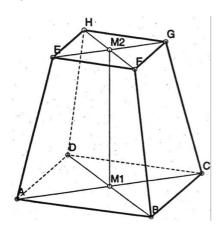
D14. Das Volumen eines Pyramidenstumpfes berechnet sich als:

$$V = \left(G_1 + \sqrt{G_1 \cdot G_2} + G_2\right) \cdot \frac{h}{3}$$

 ${\it G}_1$  ist dabei der Flächeninhalt der Grundfläche ABCD,  ${\it G}_2$  der Inhalt der Deckfläche EFGH und  ${\it h}={\it M}_1{\it M}_2$  ist die Höhe des Pyramidenstumpfs.

Wie betrachten nun einen Pyramidenstumpf, wo Grund- und Deckfläche Quadrate mit den Seiten 15cm und 5cm sind und wo die Höhe 12cm misst. Die Seitenflächen sind gleichschenklige und deckungsgleiche Trapeze. Berechne nun:

- a) das Volumen des Pyramidenstumps
- b) den Oberflächeninhalt des Stumpfs.



## Lösungen Volumenberechnungen und Wasserstandaufgabe 2000-2004:

K1. 4mm

K2. 5,17cm

D3.  $V_{Dose} = 282,7cm^3$ Höhe Quader = 7,854 cm  $O_{Ouader} = 260,5cm^3$ 

K4. h=5,71cm

K5. 2,2cm

D6. 2128 Liter

K7. 2168mm<sup>3</sup>

K8. 12,5cm

D9. a) 331,9cm<sup>3</sup> / b) 195,8g

K10. 0,3mm

K11.  $x = \sqrt{40}$  cm = 6,325cm

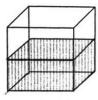
D12. 24 I / 0,024 m<sup>3</sup>

D13. 41,67m<sup>3</sup>

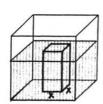
D14. a)  $V = 1300 \text{cm}^3$ b)  $S = 770 \text{cm}^2$ 

#### 2005:

- K1. Ein Würfel mit der Kantenlänge 8cm ist zur Hälfte mit Wasser gefüllt (siehe Figur 1). Nun wird ein Quader aus Blei, der eine quaratische Grundfläche besitzt und dessen Höhe doppelt so lang wie seine Grundkante x ist, in den Würfel gestellt. Der Wasserspiegel reicht dann genau bis zur Deckfläche des Bleiquaders (siehe Figur 2).
  - a) Stelle eine Gleichung auf mit der Grundkante x des Quaders als Unbekannte.
  - b) Ermittle durch Probieren mit dem Taschenrechner die Lösung x der Gleichung auf Milimeter genau!



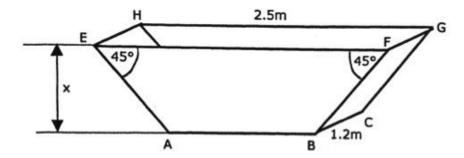
Figur 1



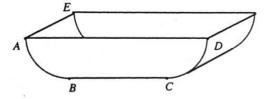
Figur 2

- D2. Ein quaderförmiges Wasserglas hat eine quadratische Grundfläche. Im Gefäss hat es 1800cm³ Wasser und die Wasserstandshöhe beträgt 8cm.
  - a) Berechne die Seitenlänge der Grundfläche.
  - b) Das Wasser im ersten Gefäss wird in ein zweites ebenfalls quaderförmiges Gefäss mit einer quadratischen Grundfläche umgeleert. Im zweiten Gefäss sind die Quadratseiten doppelt so gross wie im ersten.
    Wie hoch steht das Wasser im zweiten Glas?

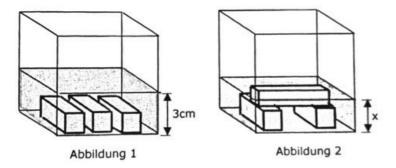
- K3. Von der abgebildeten Mulde kennt man die Länge EF = HG = 2,5m, die Breite BC=FG=1,2m und die Diagonale BH=2,2m. Die Winkel ∢ FEA und ∢ EFB sind 45°.
  - a) Stelle eine Gleichung auf mit der Höhe x der Mulde als Unbekannte.
  - b) Ermittle durch Probieren auf dem Taschenrechner die Lösung der Gleichung auf Zentimeter genau!



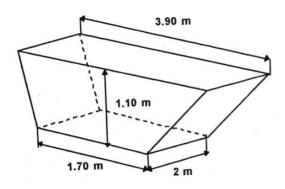
- D4. Die Figur zeigt eine oben offene Wanne aus Blech mit der Breite AE=1,2m. Die Kante AD misst 2m und die Viertelskreisbögen AB und CD haben den Radius 0,5m.
  - a) Welchen Inhalt hat die Wanne?
  - b) Wie viele Quadratmeter Blech braucht man zur Herstellung dieser Wanne?



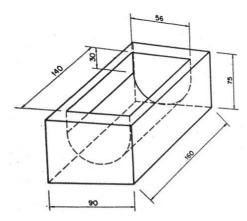
K5. In einem oben offenen Plexiglaswürfel der Kantenlänge a=10cm liegen nebeneinander drei Aluminiumquader (Masse: 2cm x 2cm x 8cm). In den Würfel wird so viel Wasser eingefüllt, dass es 3cm hoch reicht (vgl. Abbildung 1).
Nun wird ein Stäbchen quer auf die beiden anderen gelegt (vgl. Abbildung 2).
Wie hoch steht nun das Wasser im Plexiglaswürfel?



F6. Wie viele Kubikmeter Inhalt hat die Schuttmulde mit trapezförmigen Seitenflächen?

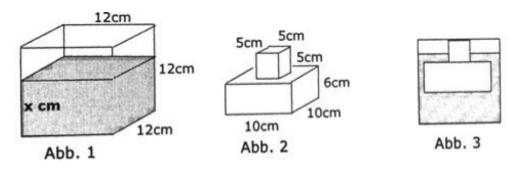


F7. Der abgebildete Brunnentrog wird aus Beton gegossen. Wie viele Kilogramm braucht man davon, wenn ein Kubikzentimeter Beton 2,2g wiegt?

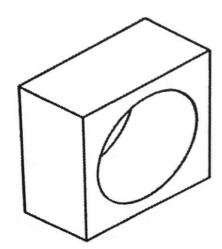


K8. Ein Plexiglaswürfel mit der Kantenlänge 12cm ist teilweise mit Wasser gefüllt (Abb.1). In den Würfel wird ein Körper (Abb. 2.) gelegt, der aus einem Quader (Masse 10cm x 10cm x 6cm) mit einem aufgesetzten Würfel (Kantenlänge 5cm) besteht. Der Körper schwimmt so im Würfel, dass  $\frac{1}{10}$  seines Volumens aus dem Wasser ragt. Wie hoch muss der Wasserspiegel im Würfel zu Beginn sein, damit die Deckfläche des

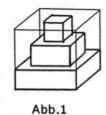
Wie hoch muss der Wasserspiegel im Würfel zu Beginn sein, damit die Deckfläche des schwimmenden Körpers gleich hoch hinaufreicht, wie die obere Begrenzung des Plexiglaswürfels (Abb. 3)?

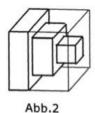


F9. Die Figur zeigt einen Quader mit den Massen 8cm x 8cm x 5cm, der zylinderförmig durchbohrt wurde. Der Durchmesser der Durchbohrung beträgt 6cm. Berechne das Volumen des durchbohrten Körpers.



K10. In einem Plexiglaswürfel mi der Kantenlänge 9cm befindet sich ein stufenförmiger, pyramidenartiger Holzklotz. Der Holzklotz ist so hoch wie der Würfel, alle drei "Treppenstufen" sind gleich hoch und haben eine quadratische Grundfläche der Länge 9cm, 6cm bzw. 3cm.



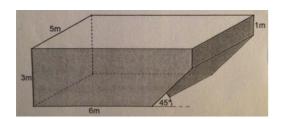


Der Zwischenraum zwischen Klotz und Würfel ist zum Teil mit Wasser gefüllt. Die Wasseroberfläche liegt zuerst 7cm über der Bodenfläche des Würfels. Dann wird er Würfel wie in Abb. 2 auf die Seite gekippt.

Wie hoch steht nun das Wasser über der jetzigen Bodenfläche des Würfels?

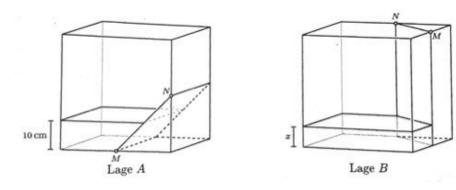
- F11. Ein geschlossener, quaderförmiger Plexiglaseimer steht auf der Grundfläche, die 20cm mal 30 cm misst. Die Höhe beträgt 50cm. Im Eimer sind 27 Liter Wasser.
  - a) Berechne die Höhe des Wasserstandes in cm.
  - b) Der Eimer wird auf die Seitenfläche 30cm mal 50cm gelegt. Wie hoch ist jetzt der Wasserstand in cm?

- K12. a) Das Aquarium sei randvoll mit Wasser und werde komplett geleert. Es fliessen 30'000 Liter Wasser pro Stunde. Wie lange dauert die Leerung (in h und min)?
  - b) Das Aquarium sei komplett leer. Nun werde es mit 10m³ Wasser gefüllt. Der Wasserspiegel reicht dabei nicht über die schräge Kante hinaus. Wie hoch steht der Wasserspiegel über dem Boden (in cm)? Hier ist das Probieren mit dem Taschenrechner erlaubt



- F13. Eine zylinderförmige Regentonne (Radius r=25cm, Höhe h=80cm) ist teilweise mit Wasser gefüllt. Über eine gleichmässig fliessende Zuleitung wird sie wieder vollständig aufgefüllt. 3 Minuten nach dem Beginn der Nachfüllung steht das Wasser 26cm hoch, nach 5 weiteren Minuten 44cm hoch.
  - a) Wie lange dauert die Nachfüllung insgesamt?
  - b) Wie viele Liter Wasser fliessen pro Minute in die Regentonne?

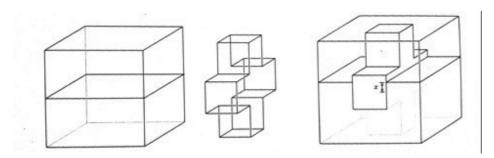
K14. In einem Glaswürfel mit der Kantenlänge 40cm liegt ein dreiseitiges Prisma. die Ecke und N sind zugleich Mittelpunkte von Würfelkanten. Der Hohlraum zwischen Prisma und Glaswürfel ist teilweise mit Wasser gefüllt. Der Würfel wird von der ursprünglichen Lage A in die Lage B gebracht.



In der Lage A misst der Wasserstand 10 cm. Berechne die Höhe x des Wasserstandes in der Lage B.

F15. Peter wärmt sich eine Gemüsesuppe aus dem Tiefkühlfach auf. Die Suppe ist zu einem quaderförmigen Block mit den Massen 19cm y 8cm x 18cm gefroren. Peter stellt den Suppenblock in eine Pfanne mit den dem Innendurchmesser 15cm. Durch das Auftauen nimmt das Volumen der Suppe um 9% ab. Wie hoch steht die Suppe in der Pfanne, wenn sie aufgetaut ist?

K16. Ein oben offener Würfel mit der Kantenlänge 12cm ist bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Daneben steht ein Aluminiumkreuz. Alle Kanten messen 4cm, seine Länge und Höhe demnach 12cm. Es passt also genau in den Würfel.



Das Kreuz wird nun genau in die Mitte des Würfels gestellt. Dadurch steigt der Wasserspiegel um x cm. Berechne x (auf eine Stelle nach dem Komma genau).

## Lösungen Volumenberechnungen und Wasserstandaufgabe 2005-2012:

K1. a) 
$$2x^3 + 256 = 128x$$

b) 
$$\rightarrow$$
 x = 2,1567cm  
 $\rightarrow$  x=2,1-2,2cm

K3. a) BH = 
$$\sqrt{BG^2 + GE^2 + EH^2}$$
  
=  $\sqrt{(2,5-x)^2 + x^2 + 1,2^2}$   
2,2 =  $\sqrt{2x^2 - 5x + 7,69}$ 

b) 
$$x = 0.88$$

b) 
$$S = 4,870 \text{ m}^2$$

K8. 
$$4,56875 \text{ cm} \approx 4,57 \text{cm}$$

b) 
$$x \approx 0.32m$$

K14. 
$$\frac{50}{7}$$
 cm  $\approx 7.143$ cm

K16. 
$$x = 1,666...cm$$

# Ende Teil 8: Volumenberechnungen und Wasserstandaufgaben