

Lösungen (der Prüfung für die Schülerinnen und Schüler aus der **2.** Sekundarschule)

Lösung der Aufgabe 1

$$58 = 5 + 53 = 11 + 47 = 17 + 41 = 29 + 29$$

Lösung der Aufgabe 2

$$\begin{aligned} \frac{3b+8ab}{\sqrt{2b^2 \cdot 8b^2}} - \frac{9a-1}{3b} &= \frac{3b+8ab}{4b^2} - \frac{9a-1}{3b} = \frac{3(3b+8ab)}{12b^2} - \frac{4b(9a-1)}{12b^2} \\ &= \frac{9b+24ab-(36ab-4b)}{12b^2} = \frac{9b+24ab-36ab+4b}{12b^2} \\ &= \frac{13b-12ab}{12b^2} = \frac{b(13-12a)}{12b^2} = \frac{13-12a}{12b} \end{aligned}$$

oder:

$$\begin{aligned} \frac{3b+8ab}{\sqrt{2b^2 \cdot 8b^2}} - \frac{9a-1}{3b} &= \frac{3b+8ab}{4b^2} - \frac{9a-1}{3b} = \frac{b(3+8a)}{4b^2} - \frac{9a-1}{3b} = \frac{3+8a}{4b} - \frac{9a-1}{3b} \\ &= \frac{3(3+8a)-4(9a-1)}{12b} = \frac{9+24a-36a+4}{12b} = \frac{13-12a}{12b} \end{aligned}$$

Lösung der Aufgabe 3

(a)

$$\begin{aligned} 3[2x-1-(1-x)] &= 4x-2(2x+3) \\ 3[3x-2] &= -6 \\ 9x-6 &= -6 \\ 9x &= 0 \\ \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{0}} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} 1-2x &= \frac{1}{6} - \frac{3}{4} \cdot x - \frac{2}{3} \cdot x \quad | \cdot 12 \\ 12-24x &= 2-9x-8x \\ 10 &= 7x \\ \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{\frac{10}{7}}} \end{aligned}$$

Lösung der Aufgabe 4

Der Wert einer Marke ist der grösste gemeinsame Teiler von 1350, 2520 und 1170.

$$\left. \begin{array}{l} 1350 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \\ 2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 1170 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13 \end{array} \right\} \text{ggT} = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$$

Eine Marke kostet 90 Rp.

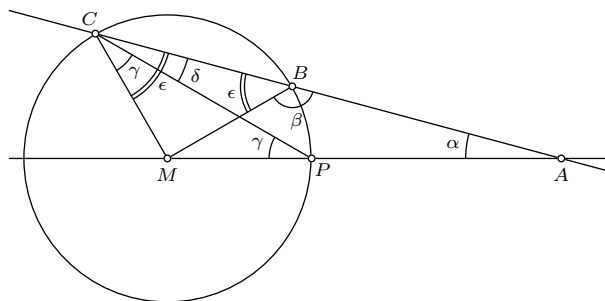
$$\begin{array}{ll} \text{Anzahl benötigte Marken für das Menu} & A: 1350 \div 90 = \underline{\underline{15}} \\ & B: 2520 \div 90 = \underline{\underline{28}} \\ & C: 1170 \div 90 = \underline{\underline{13}} \end{array}$$

Lösung der Aufgabe 5

Das Dreieck BMC ist gleichschenkelig mit dem Basiswinkel $\epsilon = 180^\circ - \beta = 50^\circ$.

Das Dreieck PMC ist gleichschenkelig mit dem Basiswinkel $\gamma = 36^\circ$.

Folglich ist $\delta = \epsilon - \gamma = 50^\circ - 36^\circ = 14^\circ$.



Im Dreieck APC misst der Winkel $\angle APC = 180^\circ - \gamma = 144^\circ$. Also ist

$$180^\circ = 144^\circ + \delta + \alpha = 144^\circ + 14^\circ + \alpha = 158^\circ + \alpha$$

und somit $\alpha = 22^\circ$.

Lösung der Aufgabe 6

Sei x die Anzahl der 6er Reihen am Nachmittag. Die Anzahl der Soldaten am Vormittag ist gleich der Anzahl Soldaten am Nachmittag:

$$6x + 3 = 4(x + 6) + 3 \quad \text{oder} \quad 6x + 3 = 4(x + 7) - 1$$

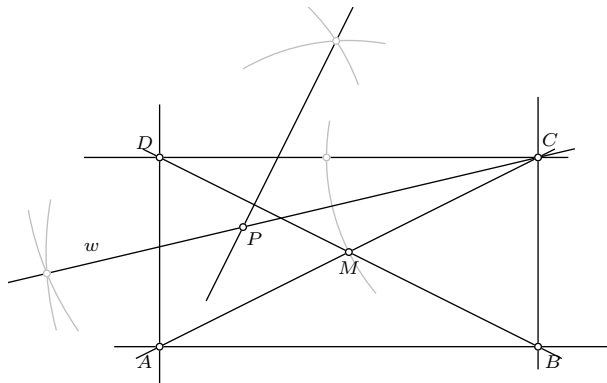
Die Berechnung von x :

$$\begin{array}{rcl} 6x + 3 & = & 4x + 27 \\ 2x & = & 24 \\ x & = & 12 \end{array}$$

Es waren 12 Sechserreihen. Die Kompanie besteht aus $6 \cdot 12 + 3 = \underline{\underline{75}}$ Soldaten.

Lösung der Aufgabe 7

Der gesuchte Punkt P liegt auf der Winkelhalbierenden w von $\angle CD, CA$. Der gesuchte Punkt P der Schnittpunkt von w und der Mittelsenkrechten von DM



Lösung der Aufgabe 8

(a) 16% von 10'000 kg sind 1600 kg. Es bleiben dem Händler $10'000 \text{ kg} - 1600 \text{ kg} = 8400 \text{ kg}$ Tomaten. 90% von 8400 kg sind 7560 kg. Er verkauft 7560 kg Tomaten.

(b) Seine Einnahmen betragen $7560 \text{ kg} \cdot 2.20 \text{ Fr/kg} = 16632 \text{ Fr}$. Dies sind 126% der Gesamtkosten. Also betragen seine Ausgaben $\frac{100}{126} \cdot 16632 \text{ Fr} = 13200 \text{ Fr}$. Darin enthalten sind die Kosten für den Transport. Die Tomaten kosteten ihn demnach $13200 \text{ Fr} - 700 \text{ Fr} = 12500 \text{ Fr}$. Der Kilopreis beträgt also $\frac{12500 \text{ Fr}}{10'000 \text{ kg}} = \underline{\underline{1.25 \text{ Fr/kg}}}$.

Lösung der Aufgabe 9

(a) Der Flächeninhalt des Sechsecks entspricht der Fläche a^2 des Quadrats ohne die beiden gleichschenklighrechtwinkligen Dreiecke. Die Längen der Katheten dieser Dreiecke ist $(a - x)$. Die Summe der beiden Dreiecksinhalte ist folglich $(a - x)^2$. Also lautet der Flächeninhalt des Sechsecks $ABCDEF$:

$$F = \underline{\underline{a^2 - (a - x)^2}} = 2ax - x^2 = x(2a - x)$$

Falls das Sechseck zusammengesetzt aus den beiden Dreiecken ABC , DEF und dem Rechteck $ACDF$ betrachtet wird:

$$F = \underline{\underline{x^2 + \sqrt{2} \cdot (a - x) \cdot \sqrt{2} \cdot x}} = x^2 + 2x(a - x) = 2ax - x^2 = x(2a - x)$$

(b) $x = 3.5 \text{ cm}$

[Die zweite Zahl $x = 20.5 \text{ cm}$, welche auch die Bedingung $x(24 - x) = 72$ erfüllt, wird als richtige Lösung gewertet].

Lösung der Aufgabe 10

Die Pyramide hat das Volumen $\frac{1}{3} \cdot 12^2 \text{ cm}^2 \cdot 6 \text{ cm} = 288 \text{ cm}^3$.

Das Wasservolumen V in der Situation von Figur 1:

$$V = \frac{1}{2} \cdot 12^3 \text{ cm}^3 - \frac{1}{2} \cdot 288 \text{ cm}^3 = 864 \text{ cm}^3 - 144 \text{ cm}^3 = 720 \text{ cm}^3$$

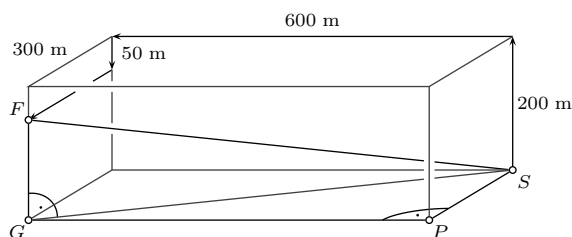
Sei x die gesuchte Höhe des Pegelstands. Dann gilt für das Wasservolumen

$$V = 12^2 \text{ cm}^2 \cdot x \text{ cm} - 288 \text{ cm}^3 = 720 \text{ cm}^3$$

Folglich steht das Wasser auf der Höhe $\frac{720 \text{ cm}^3 + 288 \text{ cm}^3}{144 \text{ cm}^2} = \frac{1008 \text{ cm}^3}{144 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{7 \text{ cm}}}$.

Lösung der Aufgabe 11

(a)



(b) Im rechtwinkligen Dreieck SPG mit den Kathetenlängen 600 m und 300 m gilt für die Hypotenuse

$$SG^2 = 300^2 \text{ m}^2 + 600^2 \text{ m}^2 = 450000 \text{ m}^2$$

Im rechtwinkligen Dreieck SGF hat die Kathete FG die Länge $FG = 200 \text{ m} - 50 \text{ m} = 150 \text{ m}$. Nach dem Satz von Pythagoras ist

$$FS^2 = SG^2 + FG^2 = 450000 \text{ m}^2 + 150^2 \text{ m}^2 = 450000 \text{ m}^2 + 22500 \text{ m}^2 = 472500 \text{ m}^2$$

Die Länge des kürzesten Wegs von F nach S misst demnach $\sqrt{472500} \text{ m} = 687.39 \text{ m} \approx \underline{\underline{687 \text{ m}}}$

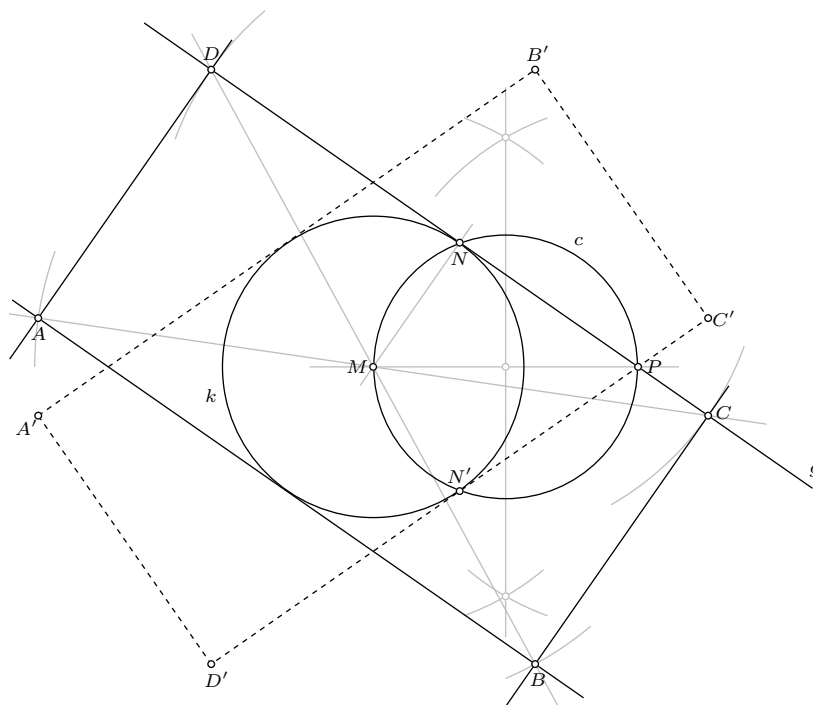
Lösung der Aufgabe 12

Konstruktionsbericht:

Die Mitte N der Seite CD bildet mit M und P ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse MP , und der Kathete MN der Länge 2 cm.

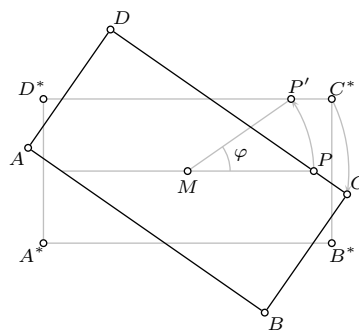
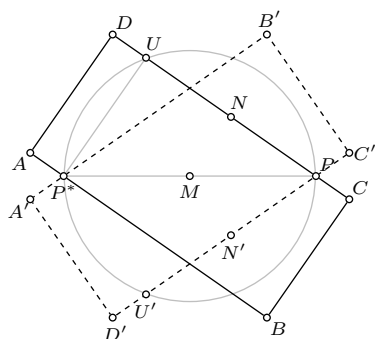
1. N ist der Schnittpunkt des Thaleskreises über MP und dem Kreis k um M mit Radius 2 cm.
2. Die Rechtecksseite CD ist die Senkrechte g zu MN durch N . N ist die Mitte von CD .
3. Die Ecken C, D sind die Schnittpunkte von g mit dem Kreis um N mit Radius 4 cm.
4. Die Ecken A, B sind die an M gespiegelten Punkte C, D .

Konstruktion:



Weitere Konstruktionsvarianten:

- (i) 1. Den Punkt P an M nach P^* spiegeln.
 2. Das rechtwinklige Dreieck PP^*U mit der Hypotenuse PP^* und der Kathetenlänge $P^*U = 4$ cm.
 3. Die Gerade PU ist die Seitengerade CD des gesuchten Rechtecks. Die Mitte N von PU ist auch die Mitte von CD .



- (ii) 1. Irgend ein Rechteck $A^*B^*C^*D^*$ mit den Seitenlängen $A^*B^* = 8$ cm und $B^*C^* = 4$ cm, dessen Mittelpunkt M ist.
 2. Dieses Rechteck mittels einer Drehung in die gesuchte Lage drehen.